
Desenvolvimento do pensamento proporcional através da Resolução de Problemas

Developing proportional thinking through problem solving

Rosilene de Souza Goedert
Janaína Poffo Possamai
Universidade Regional de Blumenau (FURB)
Blumenau-Brasil

Resumo

O objetivo deste estudo é analisar como uma atividade de Resolução de Problemas pode auxiliar no desenvolvimento do pensamento proporcional. Para tanto, discute-se a concepção de Resolução de Problemas que norteia o desenvolvimento e análise do assunto, bem como os contextos que envolvem o pensamento proporcional. A construção dos dados se deu com uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental, por meio de aulas remotas, utilizando uma plataforma de videoconferência. Os resultados dessa prática indicam que os estudantes utilizaram, em primeiro momento, o pensamento aditivo e não o pensamento multiplicativo. Porém, por meio de discussões entre os estudantes, durante a resolução do problema e mesmo durante e etapa de socialização dos resultados, eles conseguiram avançar para uma solução que envolve proporcionalidade, desenvolvendo também o senso crítico.

Palavras-chave: Razão; Proporção; Pensamento Proporcional.

Abstract

The aim of this study is to analyze how a Problem Solving activity can help to develop of proportional thinking. Therefore, it is discussed the concept Problem Solving that guides the development and analysis of the subject as well as the contexts that involve proportional thinking. The data was taken from an eighth grade elementary school class through remote classes using a video conferencing platform. The results of this practice indicate that the students initially use additive thinking rather than the multiplicative thinking, but through discussions among the students while solving the problem and even during the stage of socializing the results, showed that they were able to move towards a solution which involves proportionality and also developing their critical sense.

Key words: Reason; Proportion; Proportional Thinking.

1. Introdução

Muitas situações são apresentadas em livros didáticos e retratam circunstâncias do cotidiano que envolvem comparação entre grandezas de mesma ou de diferentes unidades de medida como: escalas em um mapa e a distância real; crescimento de plantas; quantidade de meninas em duas turmas; quantidade de pessoas infectadas pelo vírus em cada país; tempo e velocidade em uma pista de corrida; entre outros. Todos esses casos podem envolver a exploração tanto do raciocínio aditivo quanto do proporcional na análise crítica que se faz da situação.

A comparação do número de pessoas, que foram infectadas por determinado vírus, em um país em relação ao outro, envolve um raciocínio aditivo quando as conclusões são apenas indicadas com os termos maior, menor ou igual. No entanto, quando se utiliza a quantidade de pessoas infectadas em relação ao total de habitantes do país, como parâmetro de comparação, tem-se envolvida uma visão proporcional dessa situação, o que possibilita uma discussão mais crítica e ampla dos significados dos números.

Em vista disso, desenvolver e estimular o pensamento proporcional implica entender e analisar a natureza das situações, em vez de adotar uma abordagem mecânica baseada na operacionalização de algoritmos (Van de Walle, 2009). Em essa concepção, uma estratégia de ensino que promove tal perspectiva mais ativa de aprendizagem denomina-se Resolução de Problemasⁱ.

Ao se considerar o cenário atual das escolas, caracterizado pela crescente complexidade e diversidade de desafios enfrentados pelos estudantes, a abordagem centrada na resolução de problemas se destaca como uma alternativa metodológica adequada. Isso, porque, ao invés de simplesmente transmitir conhecimentos de maneira passiva, essa abordagem encoraja-os a se engajarem ativamente na construção do seu próprio conhecimento matemático, através da investigação e da resolução de problemas desafiadores.

Nesse contexto, o papel do educador matemático torna-se ainda mais relevante. Ele atua como facilitador do processo de aprendizagem, uma vez que fornece suporte, orientação e estimula a reflexão crítica dos estudantes durante a resolução de problemas. Além disso, o profissional desempenha um papel fundamental ao criar um ambiente de aprendizagem que valoriza a colaboração, o questionamento e a criatividade (Allevato; Viera, 2016; Fernandes; Possamai, 2021).

Todavia, para que a Resolução de Problemas se efetive em uma prática em que o estudante seja o protagonista do processo, é relevante que os problemas sejam o meio pelo qual eles fazem e desenvolvem a Matemática e não se reduzem à finalidade de aplicar ou justificar o que foi apresentado pelo professor.

Dessa forma cabe, tanto ao professor quanto ao estudante, uma postura ativa e participativa que ultrapasse a resolução do problema por si só. A construção do conhecimento deve ser o foco da Resolução de Problemas que, por ter início com o docente, deve ser concebida de tal forma a possibilitar ao estudante a responsabilidade e a consciência de sua atitude diante da formação pretendida. (Leal Junior; Onuchic, 2015, p. 961).

Nessa perspectiva, discute-se neste artigo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, proposta por Allevato e Onuchic (2021, p. 51), na qual “o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos.” Essa prática não apenas fortalece a convicção dos estudantes em sua capacidade de engajar-se com a Matemática, mas também dá sentido ao seu fazer.

Por fim, esse estudo tem como finalidade analisar como uma atividade de resolução de problema pode auxiliar no desenvolvimento do pensamento proporcional. Conseqüentemente, na sequência discutem-se os pressupostos teóricos que envolvem essa investigação, bem como apresentam-se o relato e a análise de um problema que foi resolvido pelos estudantes. Finalmente, estão explicitadas as considerações finais desse estudo.

2. Fundamentação teórica

As noções subjacentes à proporcionalidade permeiam as atividades cotidianas das pessoas, muitas vezes de maneira subconsciente. Por exemplo, ao examinar fotografias, instantaneamente compreende-se que os elementos retratados são representações reduzidas de sua forma real. Essa percepção intuitiva reflete a aplicação de princípios proporcionais não apenas na fotografia, mas em uma infinidade de situações que são encontradas na vida diária.

A proporcionalidade é uma força organizadora subjacente em várias facetas do mundo que cerca o cidadão. Desde as dimensões físicas dos objetos que se manipula até as relações matemáticas que governam fenômenos naturais e sociais, a proporção desempenha um papel essencial. Por exemplo, quando se cozinha, se seguem receitas que

exigem a combinação adequada de ingredientes em proporções específicas para garantir o sabor desejado.

Ademais, as noções proporcionais influenciam em interações sociais e em percepções estéticas. Isso posto, ao avaliar a harmonia em uma obra de arte ou na arquitetura, de certa forma, interpreta-se a proporção entre os elementos presentes. Ainda, em transações comerciais, negocia-se com base na percepção de equidade e justiça, que estão intrinsecamente ligadas às noções proporcionais.

Portanto, as ideias relacionadas à proporcionalidade não apenas permeiam as rotinas diárias, mas também moldam a compreensão do mundo e influenciam interações e decisões em uma variedade de contextos.

Segundo Lesh, Post e Behr (1988), o pensamento proporcional é definido como uma forma de pensamento matemático que incorpora um senso de covariação, que se refere a interdependência entre grandezas e comparações múltiplas. Esse tipo de pensamento envolve métodos de pensamento tanto qualitativos quanto quantitativos. Em essência, isso implica reconhecer que, à medida que uma grandeza aumenta ou diminui, a outra igualmente o faz em uma proporção constante. Tal proporcionalidade vai além da simples manipulação de números, demandando uma apreciação mais profunda das relações entre as variáveis em jogo e a capacidade de aplicar esses conceitos em diversas situações.

Pensar proporcionalmente implica, detectar, expressar, analisar, explicar e providenciar evidências que subsidiem afirmações acerca de relações proporcionais. Não é, portanto, raciocinar de maneira orientada por regras ou procedimentos mecanizados, mas com base em processos mentais mais livres que requerem analisar de modo consciente as relações entre as quantidades presentes na situação em foco. (Bianchini; Lima, 2023, p. 197).

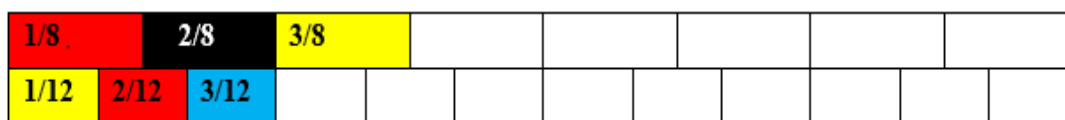
Comumente, depara-se com situações proporcionais que são abordadas de maneira ingênua, recorrendo às estratégias simplificadas, caracterizadas por comparações aditivas, em vez da adoção de uma abordagem mais elaborada, com envolvimento de estratégias multiplicativas e, portanto, estruturada pelo pensamento proporcional. Essa tendência pode resultar em uma compreensão limitada das relações entre as grandezas envolvidas e dificultar a resolução de problemas que exigem uma análise aprofundada e precisa.

No problema “Há duas semanas, duas flores foram medidas e tinham 8 polegadas e 12 polegadas, respectivamente. Hoje estão com 11 polegadas e 15 polegadas de altura.

Quem cresceu mais, a flor de 8 polegadas ou a de 12 polegadas?” (Van de Walle, 2009, p. 384) se pode considerar duas respostas, uma aditiva, com o uso da subtração e outra por comparação multiplicativa. Aceita-se como corretas as duas respostas; porém, os resultados e as interpretações são diferentes.

Nesse problema, ao se usar a comparação aditiva, a flor de 8 polegadas cresceu 3 unidades e a de 12 polegadas cresceu 3. Logo, pode-se pensar que o crescimento foi o mesmo para as duas plantas. Não obstante, essa é uma análise ingênua da situação, uma vez que o crescimento pode ser analisado proporcionalmente, verificando que a primeira flor cresceu mais do que a outra. Na Figura 1 tem-se essa comparação multiplicativa realizada, com utilização de barras fracionárias, para demonstrar que a primeira flor cresceu $\frac{3}{8}$ e a segunda $\frac{3}{12}$.

Figura 1 - Barras Fracionárias



Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

O pensamento proporcional não é tão intuitivo quanto o aditivo e envolve as seguintes características:

- Possuem um *sensu de covariação*. Isto é, eles compreendem relações em que duas quantidades variam juntas e são capazes de perceber como a variação de uma coincide com a variação da outra.
- Reconhecem *relações proporcionais* como distintas de relações não proporcionais em contexto do mundo real.
- Desenvolvem uma ampla variedade de *estratégias* para resolver proporção ou comparar razões, a maioria baseadas em estratégias informais em vez de algoritmos prescritos.
- Compreendem razões como entidades distintas representando uma relação diferente das quantidades que elas comparam. (Van de Walle, 2009, p. 384, grifo do autor).

Desse jeito, o desenvolvimento do pensamento proporcional é importante uma vez que:

Desenvolvimento do pensamento proporcional através da Resolução de Problemas

[...] é um conceito que ‘liga’ diversos ramos da matemática escolar, como medida, estatística, aritmética, funções, álgebra e geometria. Da proporcionalidade derivam outros importantes conceitos e conteúdos: regras de três, divisão em partes proporcionais, quantidades intensivas, misturas, porcentagem, taxas, juros, descontos, escalas, estimativas populacionais, variação direta, variação inversa, razões trigonométricas, semelhança de triângulos, probabilidades, etc. (Onuchic; Allevato, 2008, p. 97).

O pensamento proporcional perpassa pela ideia de razão, que pode ser constituída em diferentes contextos, como mostra o Quadro 1.

Quadro 1 - Razões em diferentes contextos

Contexto	Descrição	Exemplo
Parte-todo	Expressa comparação entre uma parte e o todo.	A relação entre o número de meninas e o total de alunos da turma.
Parte-parte	Uma relação pode expressar uma parte de um todo a outra parte do mesmo todo.	O número de meninas na turma pode ser comparado ao número de meninos.
Taxas	Uma comparação das medidas de duas coisas ou quantidades diferentes; a unidade de medida é diferente para cada valor.	Quilômetros por litro de gasolina

Fonte: Elaborado pelas autoras (2020).

Cabe ao estudante, por meio do pensamento proporcional, analisar o problema e decidir qual o caminho que irá seguir, qual melhor se adequa à situação analisada. Nesse aspecto é importante enfatizar que “o entendimento da proporcionalidade também deve surgir através da resolução de problemas e raciocínio; é importante na conexão de tópicos matemáticos, na conexão da matemática e outros domínios, como ciências e arte” (NCTM, 2000, p. 212, tradução nossa).

A ideia de proporção se relaciona com o entendimento de razão, uma vez que a proporção é a igualdade entre duas ou mais razões. “[...] Por exemplo, dado que 4 barcos levam 36 passageiros (razão conhecida é de 4 para 36), quantos passageiros 7 barcos podem levar (razão igual é 7 para x):” (Van de Walle, 2009, p. 384).

De acordo com Smith (2002 *apud* Van de Walle, 2009, p. 397), ao utilizar o algoritmo do produto transversal, também conhecido como regra de três, “o desafio central no desenvolvimento da capacidade dos estudantes para pensar com razões (a pensar proporcionalmente) é ensinar ideias [e não regras] e conter o caminho rápido para a computação”. Compreende-se que é importante que o algoritmo seja construído como resultado da resolução de problemas e da busca de padrões e, nesse sentido, Van de Walle

(2009, p. 384) ressalta que “o uso prematuro de regras encoraja os estudantes a aplicarem regras sem pensar e, desse modo, a habilidade de raciocinar proporcionalmente geralmente não se desenvolve”.

Nessa lógica, cabe destacar que o ensino através da Resolução de Problemas se constitui em uma possibilidade de integrar a aprendizagem matemática e a resolução de problemas, de modo que o ensino inicie e se desenvolva a partir de concepções preexistentes nas mentes dos estudantes. Essas ideias iniciais, muitas vezes intuitivas e informais, servem tanto como alicerce para a construção do conhecimento quanto para o desenvolvimento de habilidades cognitivas mais complexas.

No que tange à Resolução de Problemas no ensino de Matemática, Allevato (2014, p. 211) ressalta que, “o termo ‘problema’ é bastante presente no dia a dia de pessoas que trabalham com Matemática, ou com seu ensino e aprendizagem; entretanto, nem sempre seu uso é acompanhado de um consciente posicionamento sobre o seu significado”. Então, cabe definir o entendimento do que é um problema matemático, que se trata de “uma tarefa apresentada aos estudantes em um contexto educativo, que apresenta uma pergunta a ser respondida, mas para a qual os alunos não dispõem de um procedimento ou de uma estratégia de resposta imediatamente disponível” (Lester; Cai, 2016, p. 122, tradução nossa).

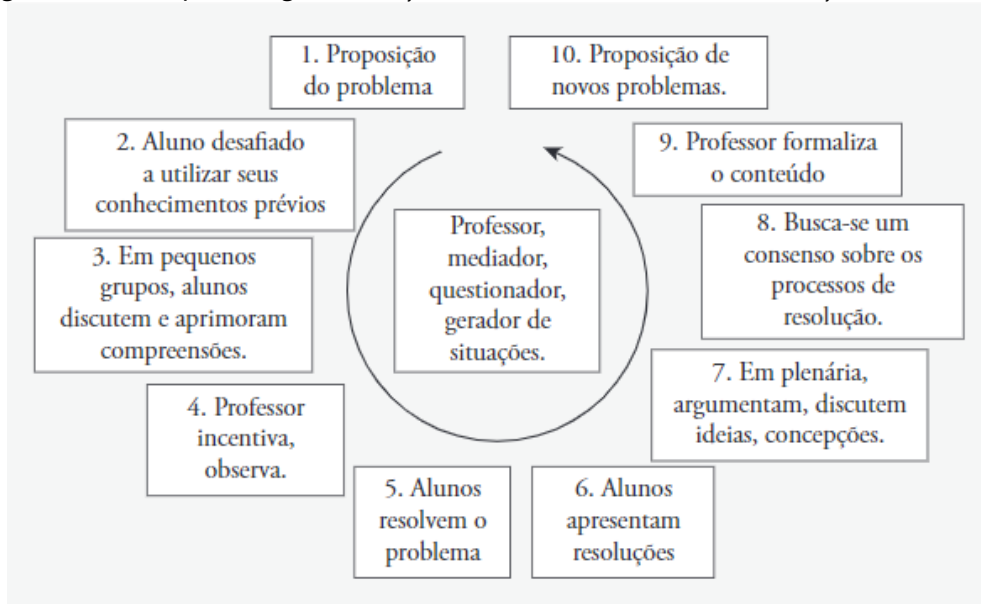
Ao se ensinar Matemática através da Resolução de Problemas, os problemas se constituem ponto de partida e orientação para a aprendizagem. Essa é a abordagem da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Allevato; Onuchic, 2021).

Tal metodologia não se limita à resolução de problemas isolados, mas integra a reflexão sobre estratégias utilizadas, o compartilhamento de ideias e a construção colaborativa do conhecimento matemático. Por conseguinte, os estudantes trabalham individualmente, em pequenos grupos e em plenária com a turma toda, visando à resolução e à discussão de processos de resolução de um problema, com vistas à aprendizagem de um conceito ou procedimento matemático.

Em esse procedimento, a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação “[...] tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador” (Allevato; Onuchic, 2021, p. 50).

Para o desenvolvimento dessa metodologia em sala de aula, as autoras sugerem a organização em 10 etapas, conforme apresentada na Figura 2.

Figura 2 - Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 55)

Nessa metodologia, o papel do professor, segundo Allevato e Onuchic (2021) passa a ser o de mediador da aprendizagem, com proposta de atividades desafiadoras e auxílio aos estudantes para ultrapassarem dificuldades e buscarem apoio uns nos outros. O professor instiga os estudantes a refletirem, disponibiliza tempo para discussão, acompanha a troca de ideias entre eles. Com isso, consegue resolver problemas secundários, colocando o estudante como o protagonista do seu aprendizado.

Outrossim, em se tratando da dinâmica em sala de aula, Bertotti Junior e Possamai (2021, p. 189) ressaltam que:

[...] é evidente que o ensino tradicional, no qual o professor é responsável por mostrar exemplos e modelos e é a principal fonte das ideias desenvolvidas em sala de aula, os ditos 'problemas' são apresentados após o conteúdo ter sido ensinado; porém, quando utilizada a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas tem-se uma inversão dessa organização, sendo que o aprendizado começa com os problemas resolvidos pelos estudantes e termina com a formalização do conteúdo pelo professor.

Com base nessas concepções desenvolveu-se uma investigação voltada para o desenvolvimento do pensamento proporcional, conforme se descreve na sequência.

3. Metodologia

Participaram da pesquisa estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada de Pomerode/SC, separados em quatro grupos. Em contrapartida, um dos grupos não consentiu com a pesquisa e seus dados não foram analisados. Cabe ressaltar que na turma havia apenas 10 estudantes e que todos participaram da pesquisa. A prática foi constituída por um problema sobre razão, abordado sob a perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. O desenvolvimento da atividade se deu por meio de uma plataforma on-line, devido à situação de pandemia causada pela Covid-19, em aulas síncronas, no segundo semestre de 2020, em que os estudantes utilizaram os recursos disponíveis para registrar suas soluções.

Como instrumentos de construção de dados, foram usadas gravações de aulas, registros enviados pelos estudantes e um diário de registro da professora/pesquisadora das situações vivenciadas. Essa investigação teve como objetivo analisar como uma atividade de resolução de problema pode auxiliar no desenvolvimento do pensamento proporcional.

A partir do exposto, classifica-se essa pesquisa como qualitativa, tendo como foco a análise dos fatos e a atribuição de significados. Kauark, Manhães e Medeiros (2010, p. 26) descrevem as características de uma pesquisa qualitativa:

Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não podem ser traduzidos em números. [...] O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.

Em relação aos objetivos, foi realizada uma pesquisa descritiva. Conforme Kauark, Manhães e Medeiros (2010, p. 27) essa “visa a descrever características de determinada população ou fenômeno, ou o estabelecimento de relações entre variáveis”. Do ponto de vista dos procedimentos, foi desenvolvida pesquisa participante já que há uma interação entre o pesquisador e os integrantes, pois a pesquisadora era, também, professora regente da turma em que foi desenvolvida a investigação.

Os dados foram analisados com foco na Resolução de Problemas, buscando evidenciar o pensamento proporcional. Na sequência apresentam-se o relato e a análise do problema que foram resolvidos e discutidos pelos estudantes.

4. Relato e Análise dos dados

Inicialmente, os estudantes foram organizados em duplas e receberam o problema, apresentado na Figura 3.

Figura 3 - Problema apresentado aos estudantes

Considere que cada jarra é preenchida com limonada (mistura de suco de limão e água). A receita é indicada na imagem, sendo que os limões indicam a quantidade de copos com suco de limão e as gotas indicam a quantidade de copos com água usados. Qual jarra terá o sabor de limão mais forte ou ambas terão o mesmo sabor?



Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009)

A utilização desse problema em aula seguiu a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Após a leitura individual e em grupo, os estudantes se organizaram em salas virtuais pelo Microsoft Teams para a resolução do problema.

Dos quatro grupos, um deles apresentou uma resposta escrita que dificultou o entendimento do processo de pensamento utilizado, fazendo com que a resposta ao problema não fosse efetivamente apresentada, conforme mostra a Figura 4.

Figura 4 - Resposta do Grupo 2



Não obstante, na etapa da plenária pode-se compreender o significado do registro do grupo, conforme transcrição:

Aluno 3: O nosso pensamento é que um limão rende um copo e meio água. O nosso pensamento é que cada um desses limões equivale a um copo e meio de água. Vamos ver os cálculos: $1,5 \cdot 2 = 3$ copos. Se olharmos a jarra da esquerda, um copo e meio fecha. Cada limão precisa de um copo e meio de água para dissolver bem o sabor, para não ficar muito concentrado.

Aluna 4: Na segunda, fizemos a mesma conta $1,5 \cdot 3 = 4,5$ copos, só que no caso falta meio copo de água no nosso pensamento. A segunda jarra tem mais sabor de limão, porque está faltando meio copo de água ainda. Concluímos que na segunda jarra tem mais limão.

Essa transcrição evidencia a importância da etapa de plenária e de busca de consenso, em que os estudantes defendem suas ideias e argumentam sobre suas convicções. Isso permitiu que o professor realizasse uma avaliação adequada do aprendizado dos estudantes. Tal dinamicidade, Leal Junior e Onuchic (2015) denominam de “pensar-em-voz-alta”, em que os estudantes narram o que aprenderam e como aprenderam.

Nesse processo de discussão entre os estudantes, com o professor sendo o mediador e incentivador, tem-se o confronto de ideias e a determinação de qual(is) a(s) resposta(s) está(ão) correta(s), sem que o professor tenha a necessidade de apontar erros ou acertos. Nesse aspecto, destacam-se as respostas dos grupos 1 e 4, que utilizam um pensamento aditivo para realizar a resolução do problema, conforme ilustra a Figura 5.

Figura 5 - Resposta do Grupo 1 e 4

As duas jarras tem a mesmo sabor de limão, nem mais forte nem mais fraco, pelo simples fato de que elas estão proporcionais a sua quantidade de água, ou seja, um dos jarros tem quatro gotas de água para três de limão, e no outro jarro, foram diminuídas uma gota de água, e um de limão, ou seja foi uma retirada proporcionais.

Nós defendemos que ambos possuem o mesmo sabor, pois sempre terá um copo de água a mais, como por exemplo: UM copo de suco de limão com DOIS copos de água. e vai indo...

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

A importância de problemas que envolvem comparação desse tipo é retratada por Van de Walle (2009), ao indicar que a discussão permite que os estudantes entendam a natureza da comparação. Essa habilidade de compreender a diferença entre comparações aditivas e multiplicativas é uma indicação de desenvolvimento do pensamento proporcional. Nesse aspecto, vale salientar que a resposta do grupo 1, apesar de incorreta, trouxe uma discussão muito rica, como apresenta a transcrição.

Desenvolvimento do pensamento proporcional através da Resolução de Problemas

Aluno 1: Um copo e meio de água que anula uma gota de limão e sobra uma gota de água, na outra fizemos a mesma coisa também sobra um copo de água.

Aluno 2: As duas jarras têm o mesmo sabor já que nenhuma é mais forte e nem mais fraca, porque elas são proporcionais com a quantidade de água, ou seja, quando tinha 3 gotas de limão e 4 de água elas estavam proporcionais e na outra jarra elas estão proporcionais de 2 para 3. A nossa conclusão é que as 2 jarras têm o mesmo sabor.

Professora: Quem concorda ou discorda do grupo 1?

Nesse momento, o grupo 2 apresentou sua solução e a professora voltou a provocar: “Mais alguém concorda ou discorda dos grupos 1 e 2?”.

Aluno 3 - Não concordo, porque quando o aluno 4 me explicou, abriu a minha mente. Se olharmos a nossa conta da primeira jarra fecha o resultado, para 2 sucos de limão têm o equivalente a um meio copo de água e na segunda está faltando meio copo de água, então não tem o mesmo sabor.

Aluno 2- Concordo com você, passei para alguns números agora a jarra da direita é a mais forte. Podemos dividir a quantidade de gotas de limão uniformemente as gotas de água. Então na direita temos 0,75 gotas de limão em porcentagem 75%. Da esquerda fiz a mesma operação e encontrei 0,67 ou 67%, ou seja, 8 números abaixo, a jarra da direita tem mais quantidade de limão.

Essa atividade evidencia que é possível que os estudantes, em um trabalho colaborativo, construam conceitos e concepções, avançando na aprendizagem matemática colaborativamente.

A descoberta, pelos alunos, de uma variedade de estratégias e procedimentos plausíveis de serem aplicados à resolução do problema revela que os momentos de apresentação e discussão, a respeito do que foi observado e produzido nas investigações, mostram-se favoráveis à formação do pensamento matemático. (Allevato; Vieira, 2016, p. 127).

É importante ressaltar que apesar de a prática educativa não ter sido planejada para criar procedimentos algorítmicos, tem sua importância como a construção informal e exploratória do pensamento proporcional, diferenciando-a de situações aditivas. Nesse sentido, Van de Walle (2009, p. 384) enfatiza que o “valor em comparações desse tipo é que a discussão enfocará a natureza da comparação e, desse modo, destacará a distinção entre comparações aditivas e multiplicativas. Uma habilidade de compreender a diferença entre essas situações é uma indicação de raciocínio proporcional”.

Esse tipo de proposta envolve colocar os estudantes a pensarem e desenvolverem conceitos antes de apresentá-los às definições e aos processos mecanizados. Nesse aspecto, Leal Junior e Onuchic (2015, p. 965) corroboram, indicando que:

[...] buscamos sempre nos afastar do ensino distante da realidade dos estudantes, sem dar sentido à sua aprendizagem, evitando a simples representação de conceitos e o decorar de fórmulas e conteúdo. Esse fato causa profundo prejuízo ao ensino-aprendizagem, bem como uma má explicação ou motivação sobre o uso e a aplicação de conceitos sob a égide da argumentação de que os estudantes aprenderão o conceito num momento e sua função e aplicação serão aprendidas posteriormente, caso esse aponte para um obstáculo didático ao ensino-aprendizagem.

Assim, reitera-se a importância de que diversos problemas de natureza exploratória e informal sejam abordados com os estudantes para, na sequência, se trabalhar com a igualdade entre duas razões e estabelecer a busca de algum padrão que permita relacionar grandezas.

5. Considerações finais

O desenvolvimento da atividade através da Resolução de Problemas teve como principal propósito estimular os estudantes a cultivarem o pensamento proporcional, em contraposição a uma abordagem puramente aditiva da situação. Ao adotar essa metodologia, observou-se que os estudantes foram capazes de alcançar o objetivo da aprendizagem, especialmente quando se engajaram em discussões com os colegas sobre as soluções encontradas, tanto durante o processo de resolução quanto na socialização entre os grupos.

É importante ressaltar que, para que os estudantes desenvolvam efetivamente o pensamento proporcional durante a Resolução de Problemas, o papel do professor como mediador da aprendizagem e orientador dos grupos é fundamental. Isso envolve formular perguntas provocativas, estimular debates e promover um ambiente no qual os estudantes sejam incentivados a serem protagonistas na construção dos conceitos almejados.

Essa abordagem não apenas conduz os estudantes além das soluções triviais que envolvem processos aditivos, leva-os a explorarem estratégias multiplicativas, capacita-os a desenvolverem um senso crítico na análise de dados e no processo de argumentação sobre os resultados obtidos.

Portanto, por meio de atividades de Resolução de Problemas, orientadas de forma adequada, os estudantes não apenas aprimoram suas habilidades matemáticas, mas

também desenvolvem habilidades essenciais de pensamento crítico, colaboração e comunicação, preparando-os para enfrentar desafios mais complexos tanto dentro quanto fora da sala de aula.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, Jan./Jun. 2014. Disponível em: <<https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/26>>. Acesso em: 03 set. 2020.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2 ed. E-book. Jundiaí: Paco, 2021. p. 40-62. Disponível em: <<https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i3p262-296>>. Acesso em: 05 set. 2020.
- ALLEVATO, N. S. G.; VIEIRA, G. Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: possibilidades para a aprendizagem. **Quadrante**, v. XXV. n. 1, p. 113-131, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.48489/quadrante.22926>>. Acesso em: 05 set. 2020.
- BERTOTTI JUNIOR, V. I.; POSSAMAI, J. P. Resolução de Problemas no Ensino Superior – uma análise na visão dos acadêmicos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 21, p. 184–208, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.21.184-208>> Acesso em: 10 set. 2020.
- BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. **O pensamento Matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 3. ed., 2023. p. 191-242
- FERNANDES, D. L.; POSSAMAI, J. P. Resolução de Problemas: uma proposta para o ensino de Geometria Espacial. **Educação Matemática em Revista – RS**, n. 22, v. 1, p. 153-163, 2021. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/352044468_Resolucao_de_Problemas_uma_proposta_para_o_ensino_da_geometria_espacial> Acesso em: 05 set. 2020.
- KAUARK, F.; MANHÃES, F. C.; MEDEIROS, C. H. **Metodologia da pesquisa: guia prático**. Itabuna: Via Litterarum, 2010.
- LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. de I. R. Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 955-978, Dez. 2015. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/nLsFMY58vc7767N6RV9rGcb/abstract/?lang=pt>>. Acesso em: 05 set. 2020.
- LESH, R.; POST, T. R.; BEHR, M. Proportional Reasoning. In: HIEBERT, J.; BEHER, M. **Number concepts and operations ind middle grades**. Reston, VA: Lawrence Erlbaum/NCTM, 1988. p. 93-118.
- LESTER, F.; CAI, J. Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers

from 30 Years of Research. In: FELMER, P.; PEHKONEN, E; KILPATRICK, J. **Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives**. New York, Springer, 2016. p. 117-135.

NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA, 2000.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Bolema**, Rio Claro (SP), n. 31, p. 79 -102, 2008. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883006.pdf>>. Acesso em: 05 set. 2020.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonense. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Nota

ⁱ Cabe esclarecer que a escrita de Resolução de Problemas com iniciais maiúsculas é utilizada para indicar uma prática educativa orientada pela resolução de problemas, um tema, um campo de estudos ou de investigação; enquanto com iniciais minúsculas se refere ao ato, à ação de buscar pela solução de um problema.

Sobre os autores

Rosilene de Souza Goedert

Possui graduação em Licenciatura de Matemática pela Universidade Regional de Blumenau (2020) e Ciências Contábeis pela Universidade do Alto Vale do Itajaí - UNIDAVI (2003). Atualmente é professora do Colégio Nossa Senhora de Fátima em Pomerode/SC. Mestranda pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau, na linha de pesquisa de Recursos Educacionais para o Ensino de Ciências Naturais e Matemática, com orientação da Dra. Janaína Poffo Possamai. E-mail: rosi.goedert@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0009-0003-8884-3319>

Janaína Poffo Possamai

Possui graduação em Licenciatura e Bacharelado de Matemática pela Universidade Regional de Blumenau, Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela mesma Universidade, Doutorado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina e Pós-doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, com supervisão da prof^a Dr^a Norma S. G. Allevato, pela Universidade Cruzeiro do Sul. É professora em tempo integral do Departamento de Matemática e professora permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau. E-mail: janainap@furb.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3131-9316>

Recebido em: 25/04/2024

Aceito para publicação em: 05/06/2024