

Proposição de Problemas de Análise Combinatória

Posing of Combinatorial Analysis Problems

Janaína Poffo Possamai
Universidade Regional de Blumenau (FURB)
Blumenau-Brasil
Norma Suely Gomes Allevato
Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL)
São Paulo-Brasil
Vanessa Oechsler
Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC)
Gaspar-Brasil

Resumo

A proposição de problemas possibilita aos estudantes relacionar a aprendizagem matemática com suas vivências e interesses. No entanto, vários aspectos dessa atividade precisam ser explorados para entender suas implicações. Neste estudo, de natureza qualitativa, é analisada uma prática educativa de proposição problemas de Análise Combinatória, com estudantes de um curso técnico em Informática, com foco no planejamento da atividade e nos problemas criados. Os resultados revelaram que as características da atividade – que envolveu os estudantes na busca por temas relacionados aos problemas de Análise Combinatória, bem como na socialização e discussão desses problemas em grupos – estimulou a criação de problemas matematicamente interessantes e relevantes para sua área de formação, contribuindo, ainda, no desenvolvimento de aspectos formativos.

Palavras-chave: Proposição de Problemas; Resolução de Problemas; Elemento Disparador; *Prompt*.

Abstract

Problem posing enables students to relate mathematical learning to their experiences and interests. However, various aspects of this activity need to be explored in order to understand its implications. This qualitative study analyzes the educational practice of posing Combinatorial Analysis problems with students on a technical course in Computer Science, focusing on the planning of the activity and the problems created. The results revealed that the characteristics of the activity - which involved the students searching for topics related to Combinatorial Analysis problems, as well as socializing and discussing these problems in groups - encouraged the creation of mathematically interesting problems relevant to their area of training, while also contributing to the development of formative aspects.

Keywords: Problem Posing; Problem Solving; Trigger Element; *Prompt*.

1. Introdução

Com forte presença nas discussões sobre ensinar e aprender Matemática, a proposição de problemas permite que os estudantes sejam aqueles que criam problemas, baseados em contextos matemáticos e em cenários do mundo real. Nesse processo, os estudantes se tornam arquitetos dos problemas que são resolvidos e discutidos em sala de aula, fomentando uma abordagem mais envolvente e significativa da aprendizagem matemática.

Ellerton, Silver e Cai (2015) ressaltam aspectos que justificam que sejam direcionados esforços para incorporar a proposição de problemas como um componente integral das vivências educacionais dos estudantes em Matemática:

- A proposição de problemas pode transformar as atitudes em relação à Matemática, de modo que o objeto da matemática seja o problema e não apenas a solução de um problema.
- A proposição de problemas pode ser um agente de mudança na sala de aula de Matemática.
- Por meio de um planejamento intencional, a proposição de problemas pode ser integrada aos currículos escolares de Matemática.
- Como a proposição de problemas pode estar intrinsecamente ligada a situações da vida real, ela pode ser vista como um vínculo natural entre o ensino formal de Matemática, a resolução de problemas e o mundo fora da sala de aula. (ELLERTON; SILVER; CAI, 2015, p. 550, tradução nossa).

A proposição de problemas associada à resolução de problemas tem sido recomendada fortemente nos currículos de diversos países (NCTM, 2020), e no Brasil está indicada na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) num crescente e expressivo número de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental e aprofundadas no Ensino Médio. Além disso, tem se constituído como uma demanda emergente de pesquisa no âmbito da Educação Matemática (CAI *et al.*, 2023; POSSAMAI; ALLEVATO, 2023).

Essa atenção crescente à proposição de problemas deve-se, pelo menos em parte, por ser considerada uma atividade de piso baixo e teto alto, uma vez que todos estudantes – mais ou menos habilidosos em aspectos específicos, mais ou menos preparados matematicamente – são capazes de propor um problema, diluindo as fronteiras entre estudantes com diferentes desempenhos e oferecendo oportunidades de compreensão matemática a todos (CAI *et al.*, 2023; CHEN; CAI, 2020).

Entretanto, apesar da discussão sobre a importância da proposição de problemas ser de longa data, e de estar explicitamente em documentos curriculares atuais, constitui-se como nova demanda, evidenciando-se que:

[...] a proposição de problemas precisa permear os sistemas educacionais em todo o mundo, tanto como meio de instrução (destinado a envolver os estudantes em atividades de aprendizagem genuínas que produzem uma compreensão profunda dos conceitos e procedimentos matemáticos) quanto como objeto de instrução (focado no desenvolvimento da proficiência dos estudantes na identificação e proposição de problemas envolvendo situações não estruturadas). (SINGER; ELLERTON; CAI, 2013, p. 5, tradução nossa).

Uma dimensão de destaque na pesquisa relacionada à proposição de problemas reside na busca por compreender os processos envolvidos na sua incorporação em sala de aula, examinando de que forma os componentes que definem essa atividade refletem nos problemas apresentados pelos estudantes e, conseqüentemente, nos objetivos pretendidos pelo professor para a aula.

Nessa perspectiva, o estudo abordado neste artigo tem como objetivo analisar uma prática educativa envolvendo a proposição de problema de Análise Combinatória com estudantes de um curso técnico integrado em Informática.

Para compartilhar os resultados desta pesquisa, procederemos com a seguinte sequência de abordagens: primeiro, analisaremos as etapas envolvidas na proposição de problemas matemáticos pelos estudantes; em seguida, detalharemos a metodologia empregada na pesquisa; posteriormente, dedicaremos espaço à discussão e análise dos dados coletados; por fim, apresentaremos nossas considerações finais.

2. Proposição de Problemas

Em alguns países documentos curriculares orientam que os problemas a serem resolvidos sejam criados não apenas pelos professores, mas também pelos estudantes. Orientações elaboradas pelo National Council of Teachers of Mathematics - NCTM, cuja influência pode ser percebida em diversos currículos, enfatizam a Proposição de Problemas. O documento *Curriculum and Evaluation Standards* (NCTM, 1989, p. 138, tradução nossa), considerado um documento amplamente influente, explicita que os estudantes devem “ter alguma experiência em reconhecer e formular seus próprios problemas, uma atividade que está no cerne de fazer matemática”.

Proposição de Problemas de Análise Combinatória

Na sequência, o documento *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) ressalta que é natural para as crianças pequenas propor problemas envolvendo situações curiosas (Quanto tempo leva para contar até um milhão?) e do cotidiano (Quanto dinheiro eu ainda preciso para conseguir comprar o brinquedo?), e indica que cabe aos pais e professores incentivá-los a criarem problemas matemáticos em seus mundos. Além disso, enfatiza que “os professores devem pedir regularmente aos alunos que formulem problemas interessantes com base em uma ampla variedade de situações, tanto dentro quanto fora da matemática” (NCTM, 2000, p. 258, tradução nossa).

Mais recentemente, o documento *Catalyzing Change* enfatiza que:

Quando as crianças não podem perguntar ‘Por quê?’ ou compartilhar suas dúvidas, seu interesse e engajamento com a Matemática se tornam comprometidos. Entretanto, quando as crianças são encorajadas a fazer perguntas e propor seus próprios problemas matemáticos, as crenças sobre o que é a Matemática e como ela pode ser abordada podem ser poderosamente afetadas. (NCTM, 2020, p. 49, tradução nossa).

No Brasil, acompanhando esse movimento, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) indica que os estudantes não apenas resolvam problemas, mas que, também, criem seus próprios problemas.

Essas indicações evidenciam-se das e nas pesquisas em Educação Matemática. Em diversos países há pesquisas sendo desenvolvidas que colocam os estudantes como aqueles que criam problemas matemáticos, associadas à análise dos impactos educacionais (BONOTTO, 2013; GIESELER; POSSAMAI; BENTO, 2021; ENGLISH, 2020).

A proposição de problemas matemáticos pelos estudantes se refere a uma atividade em que eles formulam (ou reformulam) e expressam um problema baseados em situações da vida real ou matemáticas. Crespo (2015, p. 495, tradução nossa) ressalta a relevância da proposição de problemas pelos estudantes:

Em uma aula de proposição de problemas, os estudantes geram problemas e perguntas tanto quanto o professor ou o livro didático; eles são encorajados a levantar questões que são pessoal e socialmente significativas que contrastam com os tipos de problemas matemáticos muitas vezes a-históricos e descontextualizados escritos em livros didáticos genéricos de Matemática.

Uma atividade de proposição de problemas, disponível no livro didático ou planejada por um professor, geralmente inclui duas partes: elemento disparador e *prompt* (CAI, 2022; CAI *et al.*, 2022; POSSAMAI; ALLEVATO, STRELOW, 2023). O elemento disparador fornece o contexto e os dados a serem utilizados na proposição de problemas, que se articulam com as

experiências e conhecimentos do propositor. O *prompt* é o “comando”, a solicitação que põe o propositor em movimento, em ação para propor um problema, e esclarece o que se espera dele com a atividade.

Ao planejar e ao implementar a proposição de problemas em aula, é fundamental estabelecer claramente esses elementos, uma vez que tais decisões podem influenciar tanto a qualidade e complexidade dos problemas quanto o nível de desafio e de interesse dos estudantes pela atividade.

Os elementos disparadores associados aos *prompts* exercem influência sobre a atividade de proposição de problemas configurando o grau de liberdade dos estudantes na determinação do problema proposto. A atividade pode conferir maior liberdade aos estudantes quando esses componentes não limitam ou condicionam o contexto ou o conteúdo matemático do problema, possibilitando que dados sejam incluídos ou selecionados conforme considerarem conveniente. Por outro lado, também é possível restringir os problemas propostos, seja no que diz respeito ao conteúdo matemático, ao contexto ou aos dados a serem utilizados na formulação do enunciado.

Além dos componentes da atividade de proposição de problemas, os problemas propostos também são condicionados pelas experiências e vivências dos estudantes, pelos conteúdos matemáticos mais recentes abordados em aula, pelos conhecimentos de maior domínio matemático do propositor, pelas atividades anteriores com problemas matemáticos, e pelo nível de desafio e engajamento propiciado pela atividade.

É razoável supor que propor problemas matematicamente válidos e interessantes é desafiador em todas as circunstâncias, mas especialmente quando as experiências educacionais se basearam predominantemente em problemas matemáticos fechados e simplificados ao longo dos anos escolares. Crespo (2015) enfatiza que a limitação da resolução de problemas à mera aplicação de métodos ou procedimentos ensinados pode restringir a capacidade dos estudantes de criarem problemas interessantes. A esse respeito Silver (1994, p. 25, tradução nossa) enfatiza que a proposição de problemas pode oferecer uma “[...] janela por meio da qual se pode ver o pensamento matemático dos estudantes e um espelho no qual se pode ver um reflexo das experiências matemáticas dos estudantes”.

Numa atividade de proposição de problemas em que se apresente uma imagem – por exemplo, a ilustração de uma rua comercial – como elemento disparador, associada ao

Proposição de Problemas de Análise Combinatória

prompt que solicita apenas que seja criado um problema matemático relacionado com a imagem, os estudantes têm a flexibilidade de abordar níveis de desafio variados. Eles podem optar por problemas mais simples, envolvendo operações aritméticas, ou avançar para contextos mais complexos, abrangendo conceitos algébricos ou geométricos, por exemplo. Cabe ressaltar que a natureza dos problemas propostos muitas vezes reflete o conhecimento prévio dos estudantes ou remete ao conteúdo matemático abordado em aulas anteriores e, assim, “[...] o significado do *prompt* depende, em parte, da natureza da configuração anterior da tarefa” (ZHANG; CAI, 2021, p. 963, tradução nossa).

Esse mesmo elemento disparador, uma imagem, pode ser associado a um *prompt* que amplie o nível de desafio da atividade, como ao se solicitar que criem um problema fácil, um moderado e um difícil associado à imagem. Ou ainda se pode direcionar o conteúdo matemático, incluindo-o como uma condição para a proposição do problema no *prompt* fornecido aos estudantes: “crie um problema sobre frações, relacionado com a imagem”. A esse respeito, Possamai e Allevato (2023, p. 14) ressaltam que:

o uso de imagens como elemento disparador para a proposição de problemas possibilita a estruturação de atividades mais e menos estruturadas, a depender do tipo de informação e de contexto que é abordado. Essa diversidade de problemas que podem ser criados pelos estudantes resalta a importância de se estabelecer objetivos pedagógicos, associando a Resolução de Problemas como possibilidade de consolidar o planejamento.

Diversos estudos analisam o impacto dos componentes da atividade de proposição de problemas sobre a complexidade dos problemas e a aprendizagem dos estudantes.

Especificamente em relação ao *prompt*, Cai *et al.* (2023) evidenciaram que a inclusão de requisitos específicos, como apresente um problema fácil, um moderadamente difícil e um difícil ou apresente um problema semelhante e um problema diferente de um problema de exemplo, envolvem os estudantes em um pensamento matemático mais aprofundado e propicia problemas mais complexos, com mais relações e etapas necessárias para resolvê-los.

Outros estudos analisaram a inclusão de elementos disparadores relacionados a contextos matemáticos definidos que deveriam ser incluídos nos problemas propostos. Nesse aspecto, Silber e Cai (2017) verificaram que atividades de proposição de problemas mais estruturadas, que direcionam os elementos matemáticos a serem incluídos nos problemas, fazem com que os estudantes prestem mais atenção aos conceitos matemáticos do que em atividades mais livres.

Por outro lado, Possamai, Allevalo e Strelow (2023), em uma investigação realizada com crianças em fase de alfabetização, sugerem que as primeiras experiências com a proposição de problemas “[...] não sejam demasiado exigentes em termos que informações que precisam ser agregadas e consideradas na criação do problema”, possibilitando maior liberdade em relacionar o conhecimento matemático e as vivências cotidianas, estruturando de forma gradativa o entendimento de como se constitui um problema matemático.

Além disso, a proposição de problemas é utilizada para fomentar o desenvolvimento da criatividade em Matemática:

A proposição de problemas tem potencial para o desenvolvimento da criatividade, possibilitando que os estudantes atribuam significado e analisem criticamente os dados, relacionando suas experiências, seus conhecimentos e interesses, sem limites à inventividade, favorecendo, assim, o desenvolvimento de habilidades que envolvem pensamentos de ordem superior. (VIEIRA; POSSAMAI; ALLEVATO, 2023, p. 12)

Assim, os resultados discutidos por pesquisas já retratadas na literatura indicam que a determinação dos elementos disparadores e do *prompt* se constituem como partes sensíveis do planejamento da atividade, podendo limitar ou potencializar os resultados em relação aos problemas propostos pelos estudantes, em termos de complexidade matemática, de criatividade, de possibilidade para articular vivências e experiências escolares e cotidianas. Isso reforça a importância de ampliar esse corpo teórico, para se constituir uma orientação de possíveis associações e impactos desses componentes da atividade de proposição de problemas.

3. Caracterização metodológica

Esta pesquisa que teve como objetivo analisar uma prática educativa envolvendo a proposição de problemas de Análise Combinatória, segue uma orientação qualitativa. Goldenberg (2004, p. 14) aponta que, na pesquisa qualitativa, “a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória, etc.”.

A atividade de proposição de problemas foi realizada com 30 estudantes do curso Ensino Médio Integrado (ensino técnico cursado junto com Ensino Médio) em Informática do Instituto Federal de Santa Catarina, Câmpus Gaspar, em uma prática educativa que foi conduzida por uma das autoras deste artigo que era professora da disciplina de Matemática

Proposição de Problemas de Análise Combinatória

da turma. Cabe enfatizar que a atividade foi realizada após os estudantes aprenderem Análise Combinatória utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Assim, a atividade teve como objetivo analisar as aprendizagens decorrentes das aulas anteriores.

A demanda da atividade de proposição de problemas foi entregue aos estudantes de forma impressa, conforme apresentado no Quadro 1:

Quadro 1 – Atividade de proposição de problemas apresentada aos estudantes

Você já resolveu problemas de senhas, elaboração de números e composição de grupos. Agora é a sua vez de propor um problema. Pense nesses temas, escolha um e proponha um problema de Análise Combinatória.

1. Escreva o seu problema
2. Justifique a forma como você elaborou o problema. O que você pensou, por que escreveu o problema desta forma?
3. Apresente a resolução do seu problema. Explique o seu raciocínio.

Fonte: acervo de pesquisa

A atividade foi realizada em duplas e os alunos tiveram uma aula de 55 minutos para propor e resolver o problema. Ao entregar a demanda da atividade, a professora ressaltou que os problemas seriam trocados pelos grupos na aula seguinte, para que eles resolvessem os problemas dos colegas.

O elemento disparador foi composto pelo conteúdo matemático e pelos temas relacionados à Análise Combinatória, os quais foram extraídos de problemas previamente resolvidos pelos estudantes e que deveriam ser abordados nos novos problemas. O *prompt* solicitava que eles propusessem e resolvessem os próprios problemas, que seriam resolvidos pelos colegas posteriormente.

A questão 2, do Quadro 3, foi apresentada com o intuito de compreender a motivação para a escolha do tema do problema, buscando identificar se havia sido influenciado por algum contexto da vivência dos estudantes ou por algo que havia sido discutido em sala de aula anteriormente.

Os problemas foram recolhidos pela professora e entregues na aula seguinte a outros grupos. A dinâmica da entrega foi a seguinte: dupla 1 recebeu o problema da dupla 2 que, por sua vez, recebeu o problema da dupla 1. Assim, cada dupla deveria resolver o problema e, ao final, reunir-se com a outra dupla para discutir a resolução e melhoria da escrita do problema. No início da atividade as duplas não sabiam quem eram os autores do problema. As orientações da atividade foram entregues impressas aos estudantes, conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 2 - Orientações para a atividade de discussão dos problemas propostos

Você recebeu agora um problema proposto por uma dupla de colegas. A partir desse problema, faça o que se pede:

1. Indique o tema do problema.
2. Resolva o problema.
3. Como ele pode ser classificado em relação ao conteúdo matemático (princípio fundamental da contagem, arranjo, permutação ou combinação)? Justifique.
4. Você considera que o problema está bem elaborado? Justifique.
5. Converse com a dupla que propôs o problema e discuta com eles o seu resultado. O que vocês perceberam? Pensaram da mesma forma? Há algo que precisa ser modificado no problema? Se sim, reescreva o problema.

Fonte: acervo de pesquisa

O item 3 (Quadro 2) foi solicitado com o objetivo de verificar se os estudantes conseguiam identificar o conteúdo abordado no problema, uma vez que já o haviam estudado e, supostamente, sabiam que, dependendo do conteúdo, haveria diferentes formas de resolução. Por exemplo, a forma como um problema de Combinação é resolvido é diferente da que é empregada para a resolução de um problema envolvendo Arranjo.

Os dados da pesquisa se constituem dos registros dos estudantes em relação às solicitações apresentadas nos Quadros 1 e 2; e do diário de campo da professora, com anotações sobre as discussões dos estudantes e as entrevistas. As entrevistas foram coletivas, sendo que os grupos entrevistados foram os mesmos que elaboraram e resolveram os problemas, com o intuito de questioná-los sobre seu interesse e sobre a validade da atividade de proposição de problemas para sua aprendizagem e formação. Assim, as duplas 1 e 2 foram entrevistadas em conjunto, por exemplo. Como havia 15 grupos, foram realizadas 7 entrevistas. Cabe enfatizar que a pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética e os estudantes preencheram o termo de assentimento para uso dos dados.

Na sequência, os dados são examinados com foco nos problemas propostos pelos estudantes. Nessa análise, será discutido de que maneira o contexto prévio das aulas e a estrutura dos elementos fornecidos aos estudantes influenciaram a formulação dos problemas.

4. Discussão e análise de dados

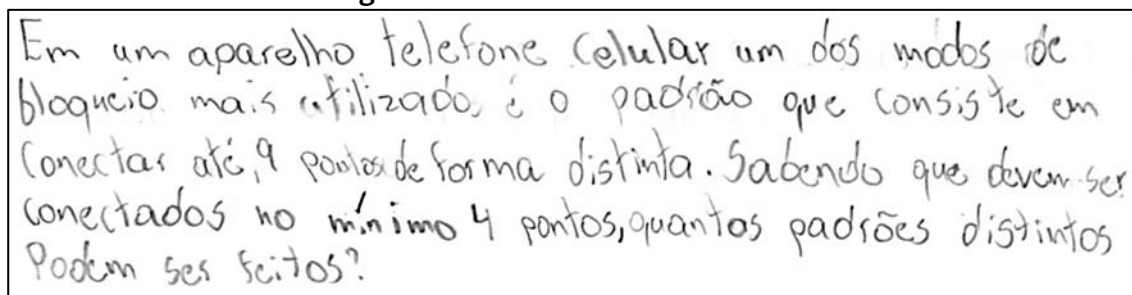
Durante a proposição de problemas os estudantes se mostraram interessados em realizar a atividade. Cabe ressaltar que dois grupos não a terminaram dentro do prazo determinado, o que prejudicou o desenvolvimento de troca dos problemas na aula seguinte, sugerindo ampliar o tempo destinado à proposição dos problemas em atividades futuras.

Proposição de Problemas de Análise Combinatória

Os temas envolvidos nos problemas propostos foram: questões com senha de celular e códigos de verificação, montagem de grupos de funcionários, pódios, criação de nomes e palavras com anagramas, e assento de pessoas em um avião. Observa-se, como apontado por Silver (1994), que muitos dos problemas levaram em consideração as vivências dos estudantes, assim como o contexto anterior das aulas, manifestado pelo fato de os alunos terem se inspirado em exemplos do livro didático e nos registros de seus cadernos. A maioria dos problemas propostos pelos alunos englobou Arranjo, o que pode ter decorrido da proximidade desse conteúdo com a realidade dos estudantes. Senhas e códigos de verificação são produzidos obedecendo uma ordem de posição. Questões de grupos de funcionários também foram criadas utilizando Arranjo, envolvendo cargos a serem preenchidos, o que modifica o cada resultado, caso a ordem dos escolhidos seja diferente.

A Figura 1 apresenta um dos problemas propostos pelos estudantes, envolvendo o contexto do uso de senhas.

Figura 1 - Problema de senha do celular

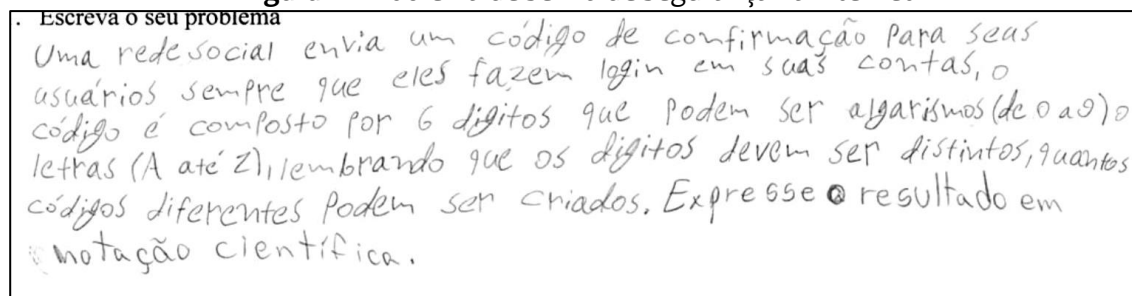


Em um aparelho telefone celular um dos modos de bloqueio mais utilizado é o padrão que consiste em conectar até 9 pontos de forma distinta. Sabendo que devem ser conectados no mínimo 4 pontos, quantos padrões distintos podem ser feitos?

Fonte: acervo de pesquisa

Apesar de questões envolvendo senhas serem habituais em livros didáticos e em atividades envolvendo o conteúdo de Análise Combinatória nas aulas de Matemática, nem sempre o contexto dos problemas reflete situações que fazem parte do cotidiano dos estudantes. O problema da Figura 1 mostra que os estudantes conseguiram utilizar essa temática avançando para além desses exemplos dos livros, incluindo um contexto que está relacionado a uma situação real.

Figura 2 - Problema de senha de segurança na internet



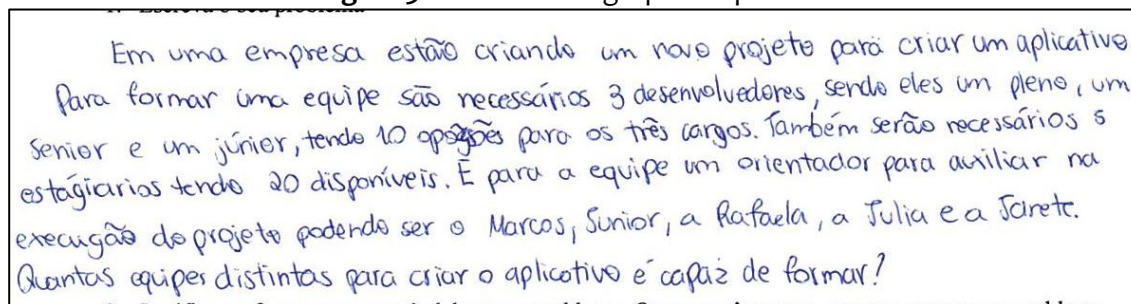
Escreva o seu problema
Uma rede social envia um código de confirmação para seus usuários sempre que eles fazem login em suas contas, o código é composto por 6 dígitos que podem ser algarismos (de 0 a 9) e letras (A até Z), lembrando que os dígitos devem ser distintos, quantos códigos diferentes podem ser criados. Expresse o resultado em notação científica.

Fonte: acervo de pesquisa

O problema apresentado na Figura 2 também reflete situações reais, de esquemas de segurança que são utilizados no uso de diferentes plataformas virtuais e que, também, são discutidos em outras disciplinas técnicas do curso dos estudantes.

A Figura 3 apresenta um problema que foi proposto envolvendo a formação de grupos de pessoas.

Figura 3 - Problema de grupos de pessoas



Em uma empresa estão criando um novo projeto para criar um aplicativo. Para formar uma equipe são necessários 3 desenvolvedores, sendo eles um pleno, um senior e um júnior, tendo 10 opções para os três cargos. Também serão necessários 5 estagiários tendo 20 disponíveis. E para a equipe um orientador para auxiliar na execução do projeto podendo ser o Marcos, Junior, a Rafaela, a Julia e a Jarete. Quantas equipes distintas para criar o aplicativo é capaz de formar?

Fonte: acervo de pesquisa

O grupo que propôs o problema da Figura 3, afirmou que se inspirou em um problema resolvido em aulas anteriores e que quis envolver algum contexto que fizesse parte de sua área de formação técnica. Os estudantes indicaram que a organização de equipes de trabalho é comum na área de informática e, por este motivo, optaram pela proposição de um problema com este tema.

Esse foi o cenário mais comum entre os problemas propostos pelas equipes: elas olhavam a estrutura de problemas de Análise Combinatória nos problemas e exercícios já resolvidos em aulas anteriores e os modificavam envolvendo contextos de faziam parte de suas vivências cotidianas e do curso técnico em Informática. A proposição dos problemas permitiu que os estudantes estabelecessem uma conexão pessoal com a Matemática, viabilizando a criação de significados durante o processo de aprendizagem, uma vez que:

[...] quando a matemática é convidativa para os estudantes, acomodando todos os níveis de desempenho na matemática escolar e se relacionando significativamente com seu mundo, temos uma chance maior de envolver mais estudantes. A proposição de problemas oferece um potencial substancial para alcançar tal envolvimento - tanto de uma perspectiva de aprendizado quanto da de ensino. (ENGLISH, 2020, p. 5, tradução nossa).

Compreende-se que a incorporação de uma estrutura temática para o problema estimulou os estudantes a conceber desafios que transcenderam os conceitos triviais

Proposição de Problemas de Análise Combinatória

encontrados em livros didáticos, resultando em problemas complexos que envolviam debates matemáticos importantes.

O que se percebeu com essa atividade é que o objetivo pedagógico foi alcançado, pois todos os problemas elaborados envolviam o conteúdo de Análise Combinatória e a atividade envolveu os estudantes na discussão dos problemas. Além disso, os estudantes se posicionaram mais criticamente, sugerindo melhorias nos problemas e analisando com mais atenção as implicações das palavras utilizadas.

A proposição de problemas, portanto, torna-se uma oportunidade de interpretação e análise crítica da realidade, uma vez que: (1) os alunos têm que discernir dados significativos de imateriais dados; (2) eles devem descobrir as relações entre os dados; (3) eles devem decidir se as informações em sua posse são suficientes para resolver o problema; e (4) eles têm que investigar se os dados numéricos envolvidos são numericamente e/ou contextualmente coerentes. (BONOTTO, 2013, p. 40, tradução nossa).

Mesmo com os estudantes tendo que resolver os próprios problemas, eles conseguiram avançar e criar problemas complexos, o que foi motivado por poderem envolver contextos do mundo real e, também, por terem que desafiar seus colegas na troca dos problemas entre as duplas, conforme se verifica no depoimento do estudante 1:

Eu achei que foi bem interessante, porque, assim, a gente acaba tipo explorando mais a nossa capacidade de desenvolver as perguntas. Eu acho que isso ajuda, de certa forma, a ter um raciocínio de como fazer ali. Pois, como ela [a professora] disse, não precisava ter a fórmula que ela tinha passado, porque era um pouco mais complicado; então, mesmo usando o raciocínio lógico, a gente conseguiu formular as questões. Então, eu acho que foi muito boa essa atividade, por causa disso; e, também, pela dinâmica entre os alunos – a gente conversou um pouco mais para entender como eles fizeram. (Relato do estudante 1)

O estudante 4 relata a importância de terem liberdade para criar seus problemas e da discussão entre os grupos:

Eu acho que, por exemplo, que nem ele falou ali, que cada um tinha sua própria liberdade para criar o tema. Isso foi interessante, porque vários temas foram criados, tipo variáveis assim. E na hora de resolver, ela [a professora] meio que misturou vários grupos. Então, provavelmente, nós dois, nos dois grupos aqui, por exemplo, a gente não se conversa nada. A gente teve que se sentar e conversar sobre. (Relato do estudante 4)

Essa liberdade que estudante 4 salientou, ficou evidente na variedade de temas que surgiram nos problemas propostos. Outro ponto a ser destacado foi que a dinâmica

implementada pela professora, de misturar as duplas para a resolução dos problemas elaborados, permitindo a socialização entre os estudantes que geralmente não têm contato na sala de aula, possibilitando conversas e troca de ideias sobre os assuntos.

Por fim, percebe-se que essa atividade, além de mobilizar os conceitos matemáticos, também envolveu outras habilidades necessárias para a vida profissional, como criatividade, criticidade, o trabalho em equipe e a comunicação entre os pares.

5. Considerações finais

Este estudo teve como objetivo analisar uma prática educativa envolvendo a proposição de problemas de Análise Combinatória com estudantes de um curso técnico integrado em Informática, com foco nos problemas propostos pelos estudantes a partir dos elementos fornecidos decorrentes do planejamento de aula realizado pela professora.

Os resultados revelam que, embora os estudantes tivessem acesso a exemplos de problemas em livros didáticos e em seus registros de aulas anteriores, o conhecimento dos problemas triviais de Análise Combinatória não foi um fator determinante na modelagem ou na qualidade dos problemas que propuseram. Isso se deve à necessidade de incorporar uma temática aos problemas, permitindo que os estudantes explorassem contextos alinhados aos seus interesses e experiências pessoais. Além disso, a perspectiva de discutir e compartilhar seus problemas com os colegas também os motivou a criar desafios mais envolventes e interessantes.

Isso revela o potencial da proposição de problemas para conectar a Matemática aos acontecimentos do mundo real, produzindo questões relevantes para serem discutidas, ao mesmo tempo que promove a aprendizagem e a formação de senso crítico, e fomenta a criatividade e a melhoria dos processos de leitura e escrita da linguagem matemática.

A prática educativa que foi aqui discutida, também ressalta a importância de se considerar implicações da associação de diferentes *prompts* aos elementos disparadores da atividade de proposição de problemas, promovendo a criação de problemas de qualidade e que possibilitem avançar na aprendizagem matemática. Nesse aspecto, mais pesquisas devem ser incentivadas, variando o *prompt* da atividade para analisar como condicionar a criação de diferentes resultados no que se refere às produções e ao envolvimento dos estudantes.

Referências

Proposição de Problemas de Análise Combinatória

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2 ed. E-book. Jundiá: Paco, 2021, p. 40-62.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BONOTTO, C. Artifacts as sources for problem-posing activities. **Educational Studies in Mathematics**, v. 83, n. 1, p. 37-55, 2013.

CAI, J. What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. **Éducation et didactique**, v. 16, n. 3, p. 31-50, 2022. DOI: 10.4000/educationdidactique.10642

CAI, J.; KOICHI, B.; ROTT, B.; ZAZKIS, R.; JIANG, C. Mathematical problem posing: Task variables, processes, and products. In: FERNANDEZ, C. et al. (eds.). **Proceedings of the 45th of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 1, p. 119-145, 2022.

CAI, J.; RAN, H.; HWANG, S.; MA, Y.; HAN, J.; MUIRHEAD, F. Impact of prompts on students' mathematical problem posing. **The Journal of Mathematical Behavior**, n. 72, p. 1-15, 2023. DOI: 10.1016/j.jmathb.2023.101087.

CHEN, T.; CAI, J. An elementary mathematics teacher learning to teach using problem posing: A case of the distributive property of multiplication over addition, **International Journal of Educational Research**, v. 102, p. 1-11, 2020. DOI: 10.1016/j.ijer.2019.03.004

CRESPO, S. A Collection of Problem Posing experiences for prospective mathematics teachers that make a difference. In: SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. (ed.). **Mathematical Problem Posing: From research to effective practice**. New York: Springer, 2015. p. 494-511.

ELLERTON, N. F.; SINGER, F. M.; CAI, J. Problem Posing in Mathematics: Reflecting on the Past, Energizing the Present, and Foreshadowing the Future. In: SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. (ed.). **Mathematical Problem Posing: From research to effective practice**. New York: Springer, 2015. p. 547-556.

ENGLISH, L. Teaching and Learning Through Mathematical Problem Posing: Commentary. **International Journal of Educational Research**. v. 102, p. 1-5, 2020. DOI: 10.1016/j.ijer.2019.06.014.

GIESELER, L. C.; POSSAMAI, J. P.; BENTO, K. L. Proposição e resolução de problemas: análise e validação de indicadores gerais no contexto Laklãñ/Xokleng: Problem posing and solving: analysis and validation of general indicators in the Laklãñ/Xokleng context. **Revista Cocar**, [S. l.], v. 15, n. 32, 2021. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/4179>. Acesso em: 26 ago. 2023.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

NCTM. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NCTM. **Catalyzing change in early childhood and elementary mathematics: initiating critical conversations**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2020.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Problem Posing: images as a trigger element of the activity. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 13, n. 1, p. 1-15, 2023. DOI: 10.37001/ripem.v13i1.3274

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G.; STRELOW, S. B. Proposição de problemas nos Anos Iniciais: reflexões sobre elementos disparadores e *prompt*. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 27, p. 139–157, 2023. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.27.139-157.

SILBER, S.; CAI, J. Pre-service teachers' free and structured mathematical problem posing, **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, n. 48, v. 2, p. 163-184, 2017. DOI: 10.1080/0020739X.2016.1232843

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. **For the Learning of Mathematics**, v. 14, n. 1, p. 19-28, feb. 1994.

SINGER, F. M.; ELLERTON, N.; CAI, J. Problem-Posing Research in Mathematics Education: New Questions and Directions. **Educational Studies in Mathematics**, v. 83, p. 1-7, 2013. DOI 10.1007/s10649-013-9478-2

VIEIRA, G.; POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Proposição de problemas e pensamento criativo na aula de Matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 31, n. 00, p. e023021, 2023. DOI: 10.20396/zet.v31i00.8671869.

ZHANG, H.; CAI, J. Teaching mathematics through problem posing: insights from an analysis of teaching cases. **ZDM Mathematics Education**, n. 53, p. 961-973, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01260-3>

Agradecimentos

À Fundação Fritz Müller pelo apoio financeiro ao projeto de pesquisa “Proposição e Resolução de Problemas no Ensino de Matemática”.

Sobre os autores

Janáína Poffo Possamai

Possui graduação em Licenciatura e Bacharelado de Matemática pela Universidade Regional de Blumenau, mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela mesma universidade, doutorado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina e pós-doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, com supervisão da profª Drª Norma S. G. Allevato, pela Universidade Cruzeiro do Sul. É professora em tempo integral do Departamento de Matemática e professora permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau.

Email: janainap@furb.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3131-9316>

Norma Suely Gomes Allevato

Possui graduação em Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, mestrado em Matemática Pura pela Universidade Estadual de Londrina (1991) e doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Atualmente é membro associado da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. É professora titular e coordenadora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, onde é líder do GPEAEM - Grupo de Pesquisa e Estudos Avançados em Educação Matemática.

E-mail: normallev@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6892-606X>

Vanessa Oechsler

Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Regional de Blumenau, Especialização em Formação de Professores pela Universidade Federal de Santa Catarina, Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Regional de Blumenau e Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. É professora efetiva de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina (IFSC), Câmpus Gaspar, atuando no nível técnico, tecnológico e formação de professores.

E-mail: vanessa.oechsler@ifsc.edu.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1852-4385>

Recebido em: 26/10/2023

Aceito para publicação em: 13/12/2023