
**Programa de Pós-Graduação em Educação
Universidade do Estado do Pará
Belém-Pará- Brasil**



Revista Cocar V.13. N. 27. Set./Dez./ 2019 p.574-596

ISSN: 2237-0315

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

A dynamic process for the development of mathematical modeling activities in the classroom: an experience with future teachers of mathematics

Maria Rosana Soares

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP

São Paulo – São Paulo, Brasil

Resumo

O estudo ou a pesquisa sobre e por meio de atividades de Modelagem Matemática vem se desenvolvendo em vários cursos e níveis de ensino e, por conseguinte, vem se fortalecendo como uma estratégia de ensino para a aprendizagem matemática e se propagando em meios de investigações que envolvem docentes, estudantes, instituições e pesquisadores, sobretudo nas licenciaturas. Assim sendo, este artigo objetiva elucidar os principais resultados de parte das atividades de Modelagem realizadas com futuros professores de Matemática em sala de aula, desenvolvendo um processo dinâmico. Quanto aos procedimentos metodológicos, o estudo foi encaminhado com base em análises bibliográficas e práticas, utilizando-se da pesquisa qualitativa de cunho interpretativo e do estudo de caso, em que as coletas de dados se originaram da observação, da intervenção na pesquisa e dos dados analisados e extraídos dela pelos seguintes meios: Ministério da Saúde, anotações, registros, questionários, imagens e atividades feitas pelos sujeitos. Isso levou à efetivação de um processo dinâmico, em que os resultados evidenciaram que as atividades realizadas de Modelagem propiciaram aos futuros professores entenderem a Modelagem como uma estratégia pedagógica desafiadora, plausível e útil para ser inserida e explorada nos processos de ensino e aprendizagem matemática na Educação Básica, com base em etapas e abordagens pedagógicas de modelagem.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Processo dinâmico.

Abstract

The study or research on and through Mathematical Modeling activities has been developing in several courses and levels of teaching and, therefore, it has been strengthening as a teaching strategy for mathematical learning and it has been propagating in means of investigations that involve teachers, students, institutions and researchers, especially in the undergraduate programs. Thus, this article aims to elucidate the main results of part of the Modeling activities which were carried out with the future teachers of Mathematics in the classroom, developing a dynamic process. As for the methodological procedures, the study was conducted on the basis of bibliographical and practical analyzes, making use of qualitative research with an interpretative nature and of the case study, in which the data collections originated from the observation, intervention in the research and data analyzed and extracted from it by means of the Ministry of Health, notes, records, questionnaires, images and activities performed by the subjects. This led to the implementation of a dynamic process in which the results showed that the activities of modeling that were performed enabled the future teachers to understand modeling as a challenging pedagogical strategy, plausible and useful to be inserted and explored in the processes of teaching and mathematical learning in basic education, with a step ground and pedagogical modeling approaches.

Keywords: Mathematics education; Mathematical modeling; Dynamic process.

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

Introdução

A Matemática se encontra presente na vida das pessoas independentemente de sua classe social e o conhecimento de seus conceitos importantes para a compreensão do mundo social. Apesar desta constatação, determinadas pesquisas indicam que a apreensão de seus conceitos tem revelado dificuldades em todos os níveis de ensino e, com muita frequência, é geradora de conflitos. Uma das razões apontadas está no fato de que é necessário, para o ato de apreender, o despertar do interesse e da motivação do estudante. A isso é agregado algumas características da Matemática, como abstração, formalismo, sistematização, generalização, etc. Assim sendo, certas tendências da Educação Matemática se caracterizam por efetivar estudos e pesquisas com vistas a trazer contribuições para a prática docente, oferecendo subsídios para tornar as aulas dessa disciplina mais atraente aos estudantes ao apresentá-la de modo contextualizado por meio de problemas da realidade.

Entre essas tendências pedagógicas, podem ser citadas as seguintes: história da Matemática, investigações matemáticas; resolução de problemas, novas tecnologias, etnomatemática, jogos e curiosidades, projetos de trabalho e Modelagem Matemática (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004, p. 38). Essas tendências “visam promover um ensino apoiado na atividade do aluno, no trabalho autônomo e fortemente comprometido com a construção da cidadania” (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004, p. 52). Elas têm por alvo transformar o conhecimento matemático em um conhecimento sociocultural voltado às questões e/ou problemas sociais.

Em se tratando da Modelagem Matemáticaⁱ, os trabalhos de Barbosa (2001), Beltrão (2009), Beltrão e Iglioni (2010), Herminio e Borba (2010), Bassanezi (2009), Silveira e Caldeira (2012) e Soares (2012b) têm mostrado que seu uso no processo de ensino para aprendizagem pode ocasionar dificuldades e/ou resistências nos professores, estudantes e instituições. Isso pode estar relacionado ao fato de existir várias concepções e abordagens relativas à utilização da Modelagem na bibliografia da Educação Matemática, pois: “Quando se busca a literatura sobre Modelagem Matemática, é possível notar que não há uma única definição para este conceito. Ao contrário, é fácil se deparar com diferentes concepções desta tendência na Educação Matemática” (HERMINIO; BORBA, 2010, p. 111). “Embora não haja um consenso quanto à

sua definição, concepções semelhantes de Modelagem Matemática podem ser agrupadas de acordo com suas características” (Herminio; Borba, 2010, p. 111). Esses pesquisadores, assim como D’Ambrosio (1986), Burak (1992), Tortola e Almeida (2013), Soares et al. (2014), Soares e Iglori (2016), Soares e Santos Junior (2016), Oliveira (2017), Noronha, Pereira e Alves (2017) e Soares (2017a, 2017b), reconhecem e entendem a importância de investigar as contribuições da Modelagem nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Sendo este um dos motivos de aqui se apresentar os principais resultados de parte das atividades de Modelagem, a partir da seguinte questão norteadora: “Que processo dinâmico pode ser desenvolvido nas atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, utilizando o tema ‘dengue’, conforme uma experiência concretizada em uma turma de futuros professores de Matemática?”.

Procedimentos metodológicos

Este artigo trata de um processo dinâmico desenvolvido nas atividades de Modelagem de parte de uma pesquisa que objetivou “Investigar as contribuições que a Modelagem Matemática pode propiciar como estratégia de ensino e aprendizagem para os futuros professores de Matemática” (SOARES, 2012b, p. 27).

No desenvolvimento desse processo dinâmico, foram efetuadas várias atividades teóricas e práticas sobre e por meio da Modelagem com 30 futuros professores de Matemática (FP) regularmente matriculados, entretanto, devido às desistências e/ou faltas temporárias de alguns, ocorreu uma participação efetiva mínima de 23 e máxima de 25 FP. Os universitários se organizaram e se subdividiram em cinco grupos, autonomamente: G1 (5 FP); G2 (5 FP); G3 (7 FP); G4 (6 FP); e G5 (7 FP). Eles foram identificados por: AG1; AG2; AG3; AG4; ou AG5. Nisso, G1, por exemplo, significa “primeiro grupo” e AG1 “universitários do primeiro grupo”.

Para fins de esclarecimentos, segue uma síntese referente à organização de uma proposta de Modelagem desenvolvida em um 4º ano de Licenciatura em Matemática:

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

Quadro 1 – Procedimentos utilizados na Proposta de Modelagem Matemática

Estratégias de investigação utilizadas	De acordo com Lincoln e Guba (1985), Miles e Huberman (1994), André (1998), Bogdan e Biklen (1994), Denzin e Lincoln (2006) e Lüdke e André (2012): qualitativa, bibliográfica, aplicada e interpretativa, que trata de um estudo de caso e investiga o <i>como</i> do processo.
Por que a pesquisa qualitativa é aplicada?	- Permite apresentar a Matemática presente no cotidiano relacionando a teoria à prática; - Investigar as situações-problemas da realidade; - Compreender a natureza e a origem dos problemas e suas soluções.
Por que a pesquisa qualitativa é interpretativa?	- Prioriza o ambiente natural de aprendizagem, os processos de ensino e/para aprendizagem; - Visa interpretar e entender as experiências, conhecimentos, concepções, indagações e compreensões dos sujeitos, além dos dados obtidos na aplicação da Modelagem.
Procedimentos da pesquisa	Observação, intervenção na pesquisa, questionário pré-teste e pós-teste, dados retirados da pesquisa, como anotações e registros de participação dos sujeitos, e dados extraídos do Ministério da Saúde (2011), em que se elaborou, se realizou e se evidenciou um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.
Sujeitos da pesquisa	Universitários de um 4º ano de Licenciatura em Matemática (2011).
Onde foi aplicada?	Universidade Estadual do Norte do Paraná, campus Jacarezinho (UENP-CJ).
Disciplina	Introdução à Modelagem Matemática.
Quando foi desenvolvida?	De 31 de maio de 2011 a 08 de novembro de 2011, na universidade citada acima.
Duração	Para o desenvolvimento da pesquisa foi necessário fazer uso dessas duas relações: - Aulas regulares – 30 horas-aula total; utilizando, em média, 2 horas-aula semanalmente (cerca de 100 minutos); - Atividades extraclasse e orientação por <i>e-mail</i> – 6 horas-aula total (Desenvolvimento da Modelagem Matemática em Ambientes Extraclasse – DMME).

Fonte: Soares (2012b, p. 100).

Quanto aos procedimentos de coleta de dados, estes foram investigados e organizados pela pesquisadora e abordados juntamente com os sujeitos agrupados para o desenvolvimento das atividades propostas de *Modelagem*, em virtude de suas inexperiências e conhecimentos mínimos no assunto, bem como visando motivá-los e encorajá-los à identificação, compreensão e aplicação dessa temática. Assim, as atividades práticas envolvendo essa estratégia de ensino fizeram uso de dados e informações de fontes como Ministério da Saúde e dois jornais da biblioteca *on-line*, *G1-Globo* e *Uol*, de acordo com as referências apresentadas neste artigo.

Para fins de esclarecimentos, segue uma síntese referente à proposta desenvolvida em uma atividade de Modelagem realizada em um 4º ano de Licenciatura em Matemática:

Quadro 2 – Atividades desenvolvidas de Modelagemⁱⁱ: fases, objetivos e sujeitos

Fases	Objetivos e sujeitos
Primeira Fase: Questionário pré-teste	• Objetivou analisar e reconhecer as experiências, conhecimentos e concepções prévias dos futuros professores sobre a Modelagem (24 futuros professores – FP).
Atividades de Modelagem Matemática – MM: 2ª à 6ª fase	• Da 2ª à 6ª fase objetivou orientar e capacitar os futuros professores de Matemática a:
Segunda Fase: MM – algumas raízes no Brasil	• Refletirem sobre o início da Modelagem no Brasil (23 FP);
Terceira Fase: Modelo Matemático e sua essência no processo da MM	• Refletirem sobre modelo, Modelo Matemático e algumas contribuições demonstradas por meio do processo da Modelagem (24 FP);
Quarta Fase: MM – algumas concepções	• Refletirem sobre em que consiste a Modelagem na concepção de alguns pesquisadores (22 FP);
Quinta Fase: MM – algumas possibilidades no ensino	• Refletirem sobre como desenvolver a Modelagem no ensino (23 FP);
Sexta Fase: MM – à luz de seus trabalhos	• Refletirem sobre alguns trabalhos desenvolvidos de Modelagem (25 FP).
Sétima Fase: Aplicação das “Atividades de MM – utilizando o tema: dengue”	Esta fase objetivou: <ul style="list-style-type: none"> • Orientar e capacitar os futuros professores a refletirem sobre questões ambientais, em especial sobre a dengue; • Desenvolver atividades de Modelagem como estratégia de ensino e/para aprendizagem e proporcionar sua compreensão (23 FP, em média).
Última Fase: Questionário pós-teste	• Objetivou analisar e reconhecer as experiências, conhecimentos e concepções obtidos pelos licenciandos sobre e a partir da Modelagem (22 FP).

Fonte: Soares (2012b, p. 101).

Nessas fases, os AG receberam materiais impressos visando proporcionar envolvimento e discussões sobre e por meio da Modelagem. Também fizeram uso de materiais audiovisuais, como *software*, *Calc* e *Excel*. Para atingir os objetivos propostos, essas fases se direcionaram buscando orientá-los e capacitá-los a refletirem sobre a relevância da Modelagem para o ensino e para a aprendizagem da Matemática com o foco nas contribuições para sua formação e atuação profissional. Assim considerado e perante a quantidade de fases concretizadas e da limitação de discussão, aqui, neste artigo, convencionou-se apresentar os principais resultados e discussões de parte da última fase aplicada, uma vez que as demais serão discutidas em outro trabalho.

Quadro teórico de Modelagem Matemática

A Modelagem é “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2001, p. 46; 2003, p. 70). Ela “consiste na arte de

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2009, p. 16). A Modelagem é uma estratégia de ensino para a aprendizagem que propicia investigar, problematizar e transformar as situações da realidade em linguagem matemática, ou seja, em modelo matemático, visando a aprendizagem ao desenvolver determinadas tarefas, trabalhos ou atividades de Modelagem.

Nesse sentido, as tarefas no processo de Modelagem Matemática são classificadas em três casos (BARBOSA, 2001, 2004):

Quadro 3 – Tarefas no processo de modelagem matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do Problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de Dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p.77).

O primeiro Caso pode ser entendido como segue:

O professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos à investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa. Citarei um exemplo extraído de minha própria sala de aula no qual solicitei aos alunos para investigar sobre os planos de pagamento disponíveis no mercado para ter o acesso à internet. Coletei os preços de uma companhia que oferece o serviço de internet. [...]. Esta investigação toma pouco tempo, cerca de três aulas, incluindo a discussão dos resultados. (BARBOSA, 2004, p.76).

Nele, o professor expõe a descrição de um problema com as informações necessárias para o desenvolvimento da resolução e solicita aos estudantes a investigação desse processo. Desse modo, todo o trabalho se inicia a partir de um problema real oferecido pelo professor.

No segundo Caso, Barbosa (2004, p.76) explica que “os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial”. Nesse caso, os estudantes são responsabilizados pela condução das tarefas.

Na sequência, Barbosa (2001, 2004) explica o terceiro caso para a realização de uma Modelagem:

[...] no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas “não-matemáticos”, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos

alunos. Essa forma é muito visível na tradição brasileira de Modelagem (BARBOSA, 2004, p. 76-77).

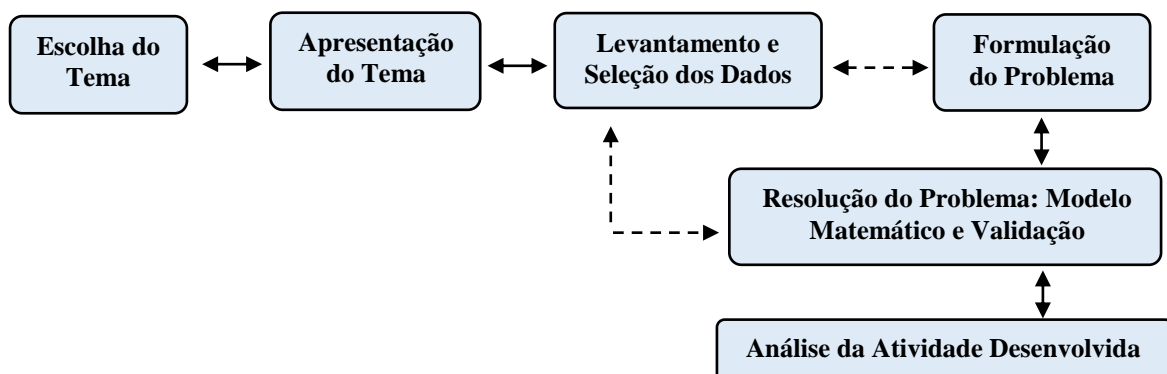
No terceiro caso, os estudantes formulam e resolvem o problema por meio de temas não matemáticos, isto é, por meio do desenvolvimento de projetos de outras áreas do conhecimento, se tornando responsáveis pela coleta de informações e simplificação dos problemas. A escolha do tema pode ser definida tanto por parte do docente quanto dos estudantes ou em conjunto, pois é essencial a mediação do docente na elaboração do processo das tarefas de Modelagem.

Na concepção de Bassanezi (2009, p. 26-31), o processo de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem pode abranger as seguintes etapas: *experimentação*, *abstração*, *resolução*, *validação*, *modificação* e *aplicação*. Nas tarefas ou atividades de Modelagem é essencial realizar processos de experimentação, investigação e indagação Matemática, os quais possibilitam que se crie ou não um modelo matemático, mas se utilize de algum modelo já existente na literatura, visto que essa estratégia objetiva essencialmente motivar e atrair os estudantes a trabalharem com a natureza prática e real no ensino de Matemática.

Processo dinâmico desenvolvido nas atividades de Modelagem sobre a dengue

Com base em Bassanezi (2009) e Barbosa (1999, 2001, 2003), Caso 3, em síntese, Soares (2012a e 2012b) sugere que as atividades de Modelagem como estratégia de ensino para a aprendizagem podem ser desenvolvidas de acordo com a Figura 1, a seguir:

Figura 1 – Dinâmica para desenvolver o Processo de Modelagem Matemática



Fonte: Soares (2012a, p. 43; 2012b, p. 160).

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

As setas de duas direções, contínuas ou não, expressam que cada etapa de Modelagem expõe uma vinculação com as demais etapas. Quanto às setas de duas direções, não contínuas horizontalmente ou verticalmente, significam que há duas possibilidades no processo de Modelagem. A primeira é que se pode realizar o levantamento e seleção dos dados e, depois, a formulação do problema, enquanto a outra, realizar o processo inverso, isto é, pode-se formular o problema e, posteriormente, efetuar o levantamento e seleção dos dados. As terceiras e quartas etapas da atividade de Modelagem são flexíveis e modificáveis, cabendo, assim, aos docentes, pesquisadores, estudantes e/ou universitários, analisar o processo apropriado para alcançar o objetivo proposto e desenvolver os conceitos matemáticos.

Nesse encaminhamento, as duas setas pontilhadas unidas denotam que, caso a resolução do problema não seja considerada plausível diante do processo da Modelagem, ou seja, se não for vista como aceitável ou eficiente para resolver o problema formulado, pode-se retomar o processo a partir da terceira etapa escolhida inicialmente. Isso conforme já foi concretizado a partir do levantamento e da seleção dos dados ou da formulação do problema com o propósito de realizar as simplificações e/ou modificações admissíveis. Também, segundo os objetivos constituídos e realidades escolares e/ou universitárias, uma determinada atividade de Modelagem pode ser efetivada de acordo com todas as etapas de sua dinâmica ou não – por exemplo, a referida atividade pode ser iniciada a partir do levantamento e seleção dos dados ou da formulação do problema, visando o ensino para a aprendizagem da Matemática.

Soares (2012a, p. 42-110; 2012b, p. 161-213) indica uma dinâmica para desenvolver o processo de Modelagem que pode ser abordada com base nas etapas a seguir, que envolveram as abordagens pedagógicas 1 e 3, as quais serão elucidadas mais adiante neste artigo:

- **1ª Etapa – Escolha do Tema:** É o que se pretende pesquisar e investigar. O tema a ser definido busca analisar uma situação da realidade em que se faz a formulação do problema, posteriormente. O tema escolhido envolve alguma área de estudo como saúde, meio ambiente, esporte, agricultura, agropecuária, engenharia, fenômenos, economia, política, comércio, indústria, educação, ensino, ciência, tecnologia, sociedade

e universo, entre outras. Assim, inicialmente, ele não apresentará conexão direta com a Matemática e é importante que o professor e/ou os estudantes agrupados escolham um tema que desperte interesse e motivação em relação ao qual seja fácil e/ou prático obter informações e dados, assim como fazer a formulação, investigação, análise e resolução dos problemas.

“No início de uma modelagem se faz a escolha de temas” (BASSANEZI, 2009, p. 45, grifos do autor). Assim, os sujeitos agrupados selecionaram e apresentaram estes temas de interesse: G1: dengue; G2: saúde; G3: a problemática dos fumantes; G4: culinária; G5: área do esporte; e G6: futebol. No tema dengue houve a seguinte preocupação: “Veja pessoal! Nosso tema é atual e mais interessante de todos!” (AG1). Assim, os sujeitos tiveram motivação comum em relação ao tema dengue, pois ele é fundamental, polêmico e atual, já que o mosquito *Aedes* causa doenças nas pessoas.

- **2ª Etapa – Apresentação do Tema:** É pesquisar, sintetizar e explicitar a importância do tema escolhido. A apresentação visa discutir e enfatizar a relevância do tema selecionado, em que se levam os estudantes ao envolvimento e à valorização, pois, quanto mais interesses e interações com o tema, maiores as possibilidades de se obter um resultado aceitável da prática. Para isso, é necessário pesquisar e investigar textos e trabalhos da área escolhida, por meio de pesquisas bibliográficas em bibliotecas físicas e/ou on-line, em livros, revistas e jornais, via pesquisas de campo e/ou entrevistas e outros meios. Isso pode ser organizado pelo professor ou estudantes agrupados e ser conciso ou abrangente, dependendo da natureza do tema e da disponibilidade que se tem.

A pesquisadora organizou essa etapa (BRASIL, 2011a, b, c) e apresentou aos sujeitos para refletirem sobre a importância do tema “dengue”: vírus do *Aedes*, áreas propícias para sua proliferação, características físicas do mosquito e sua picada, reprodução, modo de vida, ciclo e modo de transmissão, sintomas e tratamentos. Os sujeitos expuseram o valor do tema, pois, para fins de exemplo, “Todas as regiões nacionais podem ter a dengue” (AG5).

- **3ª Etapa – Levantamento e Seleção dos Dados:** É o que se pretende pesquisar, investigar e desenvolver. Conforme os objetivos propostos, conceitos matemáticos a serem desenvolvidos e recursos disponíveis, pode-se fazer o

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

levantamento e seleção dos dados e, posteriormente, a formulação do problema, ou vice-versa (as terceira e quarta etapas podem ser invertidas). Para isso, pesquisa-se fazendo um levantamento dos dados, os quais são adequados às análises qualitativas e quantitativas sobre o tema escolhido. Seguidamente, analisam-se e exploram-se os dados obtidos por meio da seleção, isto é, da simplificação dos dados mais importantes e eliminação dos menos relevantes (variáveis), com a identificação das possíveis investigações para os problemas a serem resolvidos (hipóteses) e a organização, sintetização e/ou categorização dos dados, por exemplo, em tabulação, se for necessário. Isso pode ser feito pelo professor e/ou estudantes agrupados, sendo fundamental analisar o envolvimento e a motivação dos sujeitos para desenvolver o processo, além da preparação docente para essa orientação.

Para isso, “Os dados coletados devem ser organizados em tabelas que, além de favorecerem uma análise mais eficiente, podem ser utilizadas para a construção dos gráficos das curvas de tendências” (BASSANEZI, 2009, p. 46). Diante disso, AG5 afirmaram: “Até o momento, nós não desenvolvemos nenhuma atividade de Modelagem Matemática, assim temos dificuldades em pesquisar, fazer análises, levantar dados e selecioná-los, pois fazer Modelagem é difícil, não é simples”. Isso foi alegado pelos sujeitos dos demais grupos também.

Para mobilizar os sujeitos para entender e desenvolver atividades de Modelagem, a docente organizou e expôs o levantamento e a seleção dos casos notificados, casos graves e óbitos por dengue. Devido à dimensão dos dados, seguem os de duas tabelas (BRASIL, 2011a):

A Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde (BRASIL, 2011a) registrou o total de casos notificados de dengue no país durante a semana epidemiológica, da 1ª a 26ª semana de 2011, isto é, fazendo um balanço da dengue entre 02 de janeiro de 2011 e 02 de julho de 2011 (seis meses). Isso está de acordo com as regiões do país, como mostra a tabela a seguir:

Tabela 1 – Casos notificados de dengue por regiões

Semana epidemiológica	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-Oeste
1. Janeiro	23.968	13.426	19.453	5.588	9.595
2. Fevereiro	34.704	24.421	43.558	13.562	10.563
3. Março	32.859	48.181	87.991	21.884	13.056
4. Abril	10.218	39.410	106.255	11.243	10.202
5. Maio	6.186	24.988	71.457	4.525	6.846
6. Junho	2.776	6.871	9.593	128	2.159
Total	110.711	157.297	338.307	56.930	52.421

Fonte: Ministério da Saúde (Brasil, 2011a).

A Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde (BRASIL, 2011a) também registrou os totais de casos graves confirmados por dengue no país, da semana epidemiológica de 1ª a 26ª semana de 2011, como mostra a seguinte tabela:

Tabela 2 – Casos graves confirmados de dengue por regiões (2011)

Regiões	Casos graves confirmados por dengue
1. Norte	769
2. Nordeste	1.767
3. Sudeste	4.719
4. Sul	301
5. Centro-oeste	542
Total	8.098

Fonte: Ministério da Saúde (Brasil, 2011a).

- **4ª Etapa – Formulação do Problema:** É o que se pretende pesquisar, investigar e resolver. Com o levantamento e seleção dos dados sobre o tema escolhido se definem os problemas para fazer sua resolução, ou seja, os problemas são elaborados por meio das situações, dados ou fenômenos da realidade, de modo claro e de fácil entendimento. Ou, ainda, primeiramente, podem-se formular os problemas e depois efetuar o levantamento e seleção dos dados para fazer suas resoluções (as terceira e quarta etapas podem ser invertidas). Nesta etapa, elaboram-se perguntas com problematizações que tenham alguma relação com o tema selecionado, variáveis envolvidas e/ou hipóteses levantadas, as quais podem ser realizadas pelo professor e/ou

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

estudantes agrupados. Assim, é essencial refletir sobre as relações existentes apresentadas nos dados organizados, sintetizados e/ou categorizados e sobre as possibilidades, para problematizar e fazer suas investigações, análises e resoluções, posteriormente.

Os sujeitos apresentavam dúvidas e indagações sobre como formular um problema nesse contexto (AG1, AG2, AG3, AG4, AG5). Todavia, após as orientações recebidas no decorrer desta etapa, o fato não ocorreu novamente, pois os sujeitos conseguiram formular problemas eficientes aos casos notificados e casos graves por dengue.

O Quadro 4, a seguir, expõe o problema desenvolvido pelos licenciandos:

Quadro 4 – Formulação de problema para os casos notificados e casos graves por dengue

Casos notificados de dengue	
Formulação do Problema 1	- Que Modelo Matemático representa a relação entre a semana epidemiológica e o número de casos notificados de dengue para a região Norte? (AG1)
Formulação do Problema 2	- Qual é a relação entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue para a região Nordeste? Que Modelo Matemático representa essa relação? (AG2)
Formulação do Problema 3	- Qual é a relação entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue para a região Sudeste? Que Modelo Matemático representa essa relação? (AG3)
Formulação do Problema 4	- Qual é a relação existente entre a semana epidemiológica e a região Sul do país? Que Modelo Matemático pode expressar essa relação? (AG4)
Formulação do Problema 5	- Qual é a relação que há entre os casos notificados da semana epidemiológica e a região Centro-Oeste? Que Modelo Matemático pode descrever essa relação? (AG5)
Formulação do Problema 6	- Qual é a relação que há entre a semana epidemiológica e a proporção de mortes para a região Centro-Oeste? Que Modelo Matemático pode expressar essa relação? (AG5)
Formulação do Problema 7	- Qual é a relação entre a região Centro-Oeste e a proporção de mortes? Que Modelo Matemático pode expressar essa relação? (AG5)
Casos graves de dengue	
Formulação do Problema 8	- Que Modelo Matemático representa a relação entre as regiões brasileiras e os casos graves confirmados por dengue? (AG1)
Formulação do Problema 9	- Qual é a relação entre as regiões brasileiras e os casos graves confirmados por dengue? Que Modelo Matemático representa essa relação? (AG2)
Formulação do Problema 10	- Qual é a relação entre as regiões do país e os casos graves confirmados por dengue? Que Modelo Matemático representa essa relação? (AG3)
Formulação do Problema 11	- Qual é a relação existente entre as regiões do país e os casos graves confirmados por dengue? Que Modelo Matemático pode expressar essa relação? (AG4)
Formulação do Problema 12	- Qual é a relação entre as regiões do país e a proporção dos casos graves por dengue? Que Modelo Matemático pode expressar essa relação? (AG5)
Formulação do Problema 13	- Qual é a relação entre os casos graves por dengue e a proporção destes casos? Que Modelo Matemático pode expressar essa relação? (AG5)

Fonte: Soares (2012b, p. 178-180).

Nessa etapa, vale dizer: “Enquanto a escolha do tema de uma pesquisa pode ser uma proposta abrangente, a formulação do problema é mais específica e indica exatamente o que se pretende resolver” (BASSANEZI, 2009, p. 28). Diante do volume de

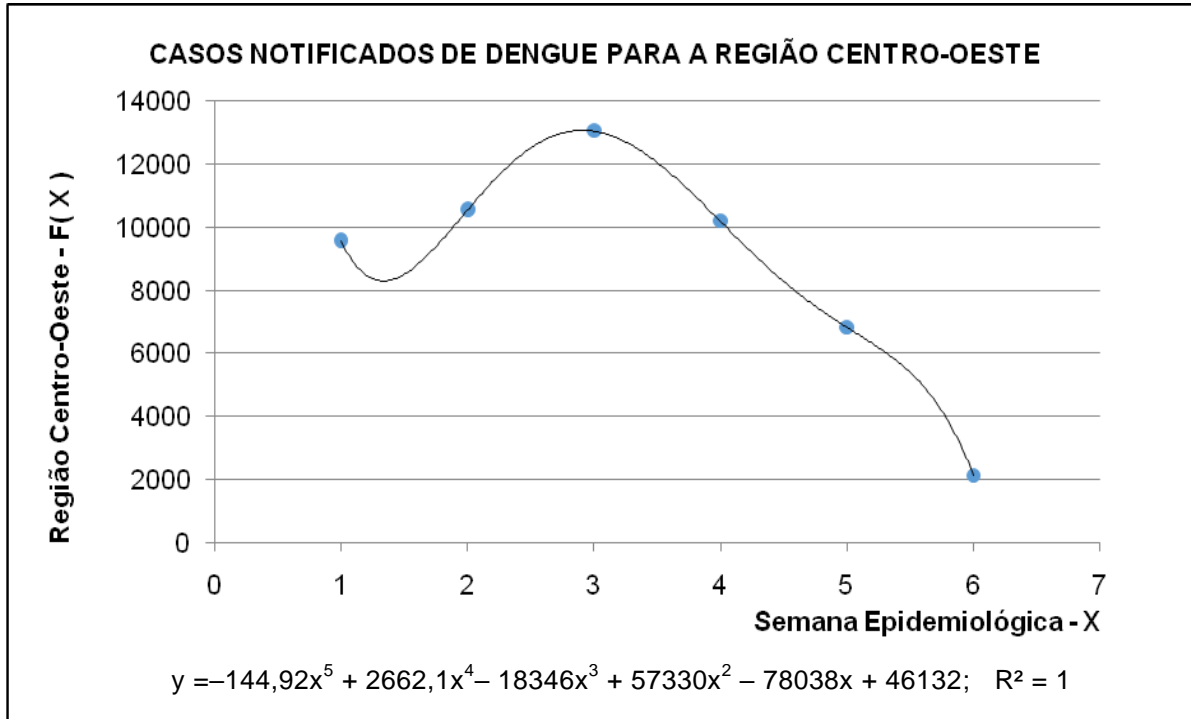
problemas formulados, vale expor os resultados e discussões da resolução do problema conforme o quinto problema exibido no Quadro 4.

- **5ª Etapa – Resolução do Problema – Modelo Matemático e Validação:** É desenvolver, explorar e solucionar o problema formulado, o que permite elaborar um Modelo Matemático e analisar sua aceitação ou não. Com as ferramentas e recursos reais, matemáticos, didáticos e/ou computacionais, o docente e/ou estudantes agrupados visam resolver o problema. O *Modelo Matemático* é resultante da investigação, análise, exploração e transformação de problematizações das situações, dados ou fenômenos da realidade em linguagem matemática, e, por meio dele, são realizadas a organização, a representação, a resolução e a explicitação de matematizações, visando o ensino e a aprendizagem de Matemática, via processo de obtenção da solução do problema formulado. Esse modelo pode ser expresso por meio de um conjunto de símbolos, estruturas e relações matemáticas, como gráficos, tabelas, funções, sistemas, equações, expressões matemáticas, diagramas, figuras geométricas, representações estatísticas e/ou físicas, entre outros conceitos. Em sua elaboração analisam-se as hipóteses de resolução e definem-se as variáveis independentes e dependentes e suas representações adequadas. Aqui, exploram-se os conceitos matemáticos que devem estar no programa da disciplina ou não, pois a formulação e a resolução do problema podem abranger um conceito matemático que não está inserido nele, assim como a realização da atividade de Modelagem depende de objetivos a serem atingidos, realidades escolares e/ou universitárias, conhecimentos, competências, durabilidades e recursos disponíveis. A *Validação do Modelo Matemático* pode ou não ser feita conforme a finalidade do objeto de estudo, mas é de suma importância, pois possibilita analisar a relevância ou não do Modelo Matemático obtido ao compará-lo com os dados (reais e/ou matemáticos). Quando o Modelo Matemático não for considerado válido, ou seja, não tiver aproximações com a situação, dado ou fenômeno que o originou, pode-se reiniciar o processo, conforme já foi feito a partir das terceira ou quarta etapas de Modelagem (ou seja, a partir do levantamento e da seleção dos dados ou da formulação do problema), para fazer ajustes na coleta dos dados, formulação dos problemas, simplificações e/ou modificações plausíveis.

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

Os sujeitos exploraram dois *softwares*, *Calc* e *Excel*: “Nosso grupo conseguiu obter o modelo pelo *Excel*!” (AG5). Segue a resolução para a quinta formulação de problema:

Figura 2 – Modelo Matemático para a região Centro-Oeste: casos notificados de dengue



Fonte: Soares (2012a, p. 74; 2012b, p. 196).

O Modelo Matemático obtido é uma função polinomial de quinto grau:

$$y = -144,92x^5 + 2662,1x^4 - 18346x^3 + 57330x^2 - 78038x + 46132 \quad (1)$$

Esse modelo responde o problema formulado ao mostrar a relação existente entre a semana epidemiológica e o número de casos notificados de dengue para a região Centro-Oeste. Essa compreensão permitiu aos sujeitos identificarem o conhecimento matemático nas atividades de Modelagem e a entenderem a Matemática presente nos problemas da humanidade.

Nesse desenvolvimento, “A validação de um modelo matemático consiste na verificação da aproximação do modelo com a realidade, ou seja, se os dados experimentais ou observados não estão ‘muito longe’ daqueles fornecidos pelo modelo” (BASSANEZI, 2009, p. 56). Para verificar e analisar a relevância desse modelo obtido segue a validação de AG5:

Tabela 4 – Validação do Modelo Matemático para a região Centro-Oeste: casos notificados de dengue

Semana Epidemiológica – X	Região Centro-Oeste – F(X)	F(X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1. Janeiro	9595	9595,18	0,18	0,000343374%
2. Fevereiro	10563	10564,16	1,16	0,002212854%
3. Março	13056	13060,54	4,54	0,008660651%
4. Abril	10202	10215,52	13,52	0,025791191%
5. Maio	6846	6879,5	33,5	0,063905687%
6. Junho	2159	2231,68	72,68	0,138646726%
Total	52421	52546,58	125,58	0,239560481%

Fonte: Soares (2012a, p. 75; 2012b, p. 197).

Tem-se a validação da expressão matemática obtida para a região Centro-Oeste ao comparar os dados comuns entre os resultados obtidos dos casos notificados de dengue e dados experimentais. Assim, o erro estimado para essa expressão é considerado admissível, pois é abaixo de 0,14% e o erro geral estimado é em torno de 0,24%, logo, o Modelo Matemático obtido demonstra proximidades satisfatórias com os dados de origem.

Todos os modelos matemáticos desenvolvidos, conforme o Quadro 4, exibiram $R^2 = 1$, isto é, coeficiente de determinação do modelo igual a um, revelando proximidades com dados reais, tornando-os adequados para as resoluções e soluções dos problemas para os casos estudados.

A fim de esclarecimento, com a intenção de atingir os objetivos estabelecidos, a atividade de Modelagem sobre dengue possibilitou desenvolver e evidenciar os seguintes conceitos matemáticos:

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

Quadro 5 – Conceitos matemáticos desenvolvidos nas atividades de Modelagem Matemática

Conceitos básicos	O que foi desenvolvido nas atividades
Números Naturais	Operações com números inteiros
Números Racionais	Operações com números decimais
Números Irracionais	Número “e” – Noções do número de Euler
Conjuntos Numéricos	Intervalos
Funções	<ul style="list-style-type: none"> • Domínio função – Variável independente – x; • Funções polinomiais: 1º, 4º e 5º grau; • Função linear e Função crescente; • Gráfico das funções polinomiais: 1º, 4º e 5º grau; • Imagem da função – Variável dependente – y; • Máximo e mínimo da função.
Grandezas Proporcionais	<ul style="list-style-type: none"> • Grandezas diretamente proporcionais; • Regra de três simples.
Matemática Financeira	Porcentagem.
Matrizes	Representação genérica da matriz – número de casos de dengue tabulados.
Módulo	Módulo de um número real.
Polinômios	<ul style="list-style-type: none"> • Expressões algébricas; • Equações polinomiais ou algébricas; • Valor numérico de um polinômio.
Potência	Potência de um número real com expoente natural ou inteiro negativo.
Razão e Proporção	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicações de razão e proporção; • Propriedade fundamental da proporção.
Geometria Analítica	<ul style="list-style-type: none"> • Coeficiente angular e linear da reta; • Distância entre dois pontos da reta; • Ponto médio da reta; • Sistema Cartesiano Ortogonal: <ul style="list-style-type: none"> – Plano cartesiano e seus quadrantes; – Par ordenado e coordenada; – Reta x (eixo das abscissas) e reta y (eixo das ordenadas); – Intersecção das retas x e y (origem).
Estatística	<ul style="list-style-type: none"> • Análise, interpretação e compreensão dos dados; • Construção e análise de tabelas e gráficos no Excel; • Erro estimado – Modelo Matemático para os casos de dengue; • Formulação de problemas; • Identificação das possíveis investigações dos problemas (hipóteses); • Levantamento e seleção de dados; • Organização de informações e dados em tabelas e gráficos no Excel; • Simplificação das informações e dados (variáveis).

Fonte: Soares (2012a, p. 110; 2012b, p. 219).

• **6ª Etapa – Análise da Atividade Desenvolvida:** É explorar, discutir e evidenciar as principais considerações e/ou conclusões sobre toda a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida. Os estudantes agrupados fazem a análise, que pode ser descrita e/ou apresentada oralmente por meio de trabalhos, relatórios ou seminários. Aqui, analisam-se os resultados obtidos na resolução do problema, a aplicação do Modelo Matemático na sociedade, a importância de se pesquisar e aprender a Matemática por meio da Modelagem, os conceitos matemáticos trabalhados e os

desafios, resistências, vantagens e/ou contribuições que obtiveram com a prática aplicada, entre outros itens. A análise permite estimular o espírito crítico, reflexivo, ativo e inovador.

Todos os licenciandos agrupados apresentaram essa etapa. Para elucidar, temos que:

[...]. Com a Modelagem aplicada em sala de aula, a qual foi exposta e discutida conosco, podemos dizer que isto proporcionou-nos uma reflexão sobre a mesma. Assim, conforme nós fomos conhecendo a Modelagem percebemos que aquilo que pensávamos ser algo relativamente fácil e simples, se tornou algo mais complexo do que se imaginava. O nosso grupo reconhece que a Modelagem permite um aprendizado, porém exige bastante trabalho do aluno, além de muito tempo, dedicação e estudo. Concluímos que as atividades abordadas em sala servem além de um “empurrão”, como um incentivo de algo diferente para se trabalhar no ensino que é algo mais que certo para nós (AG5) (SOARES, 2012b, p. 218).

Os sujeitos de Matemática exibiram competências, absorções e conhecimentos claros em relação à Modelagem nos processos de ensino e aprendizagem, apesar da falta de conhecimento e resistências iniciais, e/ou desafios superados.

Algumas considerações da aplicação da proposta de Modelagem

Soares (2012b, p. 233-235) afirma que a Modelagem permitiu vários desafios e contribuições aos licenciandos na realização de suas atividades, entre os quais temos:

Espírito Crítico, Reflexivo e Inovador: Produção e elaboração de sentidos e significados, nos quais se explora e valoriza o conhecimento matemático possibilitando contribuir para as ações didáticas e pedagógicas futuras;

Formação Acadêmica: Evolução no processo de ensino e aprendizagem ao obter novas experiências, conhecimentos e concepções sobre e por intermédio da Modelagem permitindo incentivar os futuros professores para possíveis transformações na prática de ensino;

Motivação: Com a apresentação da Matemática presente no cotidiano, tem-se mais interesse em pesquisá-la, investigá-la e compreendê-la proporcionando estímulos para novas ideias, descobertas, conhecimentos, experiências, aprendizagens e ações inovadoras;

Preparação para utilizar a Modelagem: Analisar, selecionar e organizar informações e dados para desenvolver atividades de Modelagem no ensino,

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

possibilitando tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e flexíveis no pensamento matemático, além da autonomia no processo de ensino e aprendizagem.

Ademais, as atividades de Soares (2012a, 2012b) permitiram obter contribuições, como a apresentação de abordagens pedagógicas para desenvolver o processo da Modelagem:

Quadro 6 – Abordagens pedagógicas para desenvolver o processo da Modelagem Matemática

ETAPAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA	Abordagem Pedagógica 1	Abordagem Pedagógica 2	Abordagem Pedagógica 3	Abordagem Pedagógica 4	Abordagem Pedagógica 5
Escolha do Tema	Professor	Professor	Professor/Estudantes agrupados	Professor/Estudantes agrupados	Estudantes agrupados
Apresentação do Tema	Professor	Professor	Professor/Estudantes agrupados	Professor/Estudantes agrupados	Estudantes agrupados
Levantamento e seleção de dados	Professor	Professor/Estudantes agrupados	Professor/Estudantes agrupados	Estudantes agrupados	Estudantes agrupados
Formulação de problema	Professor	Professor/Estudantes agrupados	Professor/Estudantes agrupados	Estudantes agrupados	Estudantes agrupados
Resolução de problema: Modelo Matemático e validação	Professor	Professor/Estudantes agrupados	Professor/Estudantes agrupados	Estudantes agrupados	Estudantes agrupados
Análise da atividade desenvolvida	Professor/Estudantes agrupados	Professor/Estudantes agrupados	Professor/Estudantes agrupados	Estudantes agrupados	Estudantes agrupados

Fonte: A autora (2018).

Abordagem Pedagógica 1: O professor apresenta, discute e explora com os estudantes agrupados uma atividade de Modelagem Matemática que já foi estudada e realizada. Assim, os sujeitos refletem, analisam e explicitam as principais considerações sobre toda a atividade de Modelagem desenvolvida, que pode ser feita em uma ou duas horas-aula regulares, extraclasse e/ou em uma articulação dessas duas situações;

Abordagem Pedagógica 2: O professor escolhe um tema e sintetiza sua importância e, posteriormente, orienta os estudantes agrupados para o encaminhamento viável para fazer o levantamento e seleção de dados e também a

formulação do problema. Essas duas etapas de Modelagem são flexíveis e alteráveis, assim cabendo ao docente mediar, analisar e discutir com os estudantes agrupados que etapa é cabível para fazer primeiramente e direcioná-lo adequadamente para atingir o objetivo estabelecido. Seguidamente, os estudantes agrupados são motivados e orientados para obter respostas para o problema formulado, bem como analisar e explicitar a atividade desenvolvida, uma vez que essa alternativa é de natureza curta e pode ser feita em alguns dias ou semanas no tempo regular de aula e/ou além dela;

Abordagem Pedagógica 3: Em todo o processo da Modelagem, desde a escolha do tema até a análise da atividade, o professor orienta os estudantes agrupados por meio de uniões, conexões, indagações e motivações para realizar a dinâmica do processo de modelagem. O docente é o orientador e o mediador desse processo e quando necessário pode organizar e discutir alguma etapa com a finalidade de estimular os estudantes para fazer atividades dessa natureza. Os sujeitos agrupados são os responsáveis por realizar e apresentar os resultados das atividades feitas de Modelagem. Esta alternativa pode suceder-se por vários dias ou semanas em durabilidade normal de aula ou não;

Abordagem Pedagógica 4: O professor orienta os estudantes agrupados para escolher um tema e sintetizar sua importância. Na sequência, ele os incentiva a fazer o levantamento e a seleção de dados, bem como, a formulação de um problema, uma vez que essas etapas de modelagem são relativas e variáveis, sendo que compete aos participantes analisarem qual dessas duas etapas é cabível realizar inicialmente. Assim, os estudantes agrupados são assessorados a dirigirem, explorarem e resolverem as demais etapas da dinâmica do processo de Modelagem, visto que essa alternativa pode acontecer em diferentes dias ou semanas nas aulas regulares, extraclasse e/ou em uma relação dessas duas situações.

Abordagem Pedagógica 5: Os estudantes agrupados são pesquisadores, organizadores e responsáveis em investigar, analisar, estudar, explorar, inventariar, desenvolver e explicitar a dinâmica do processo de Modelagem que pode decorrer por diversos dias, semanas ou meses no período regular de aula e/ou fora da sala de aula.

Considerações finais

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

Este artigo elucida os principais resultados de parte das atividades de Modelagem, realizadas com licenciandos de Matemática em sala de aula, a partir de um processo dinâmico, resultante de uma pesquisa efetivada por Soares (2012a, 2012b), respondendo: “Que processo dinâmico pode ser desenvolvido nas atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, utilizando o tema ‘dengue’, conforme uma experiência concretizada em uma turma de futuros professores de Matemática?”. Nele, o objetivo proposto foi atingido ao expor uma abordagem da Modelagem Matemática com base em investigação, análise e discussão, tendo por embasamento o desenvolvimento e a evidência de um processo dinâmico por meio de etapas de Modelagem, em que foram explorados os conceitos de Funções e Gráficos, e outros designados no Quadro 5. Isso foi efetivado conforme uma orientação de procedimentos aplicados com os sujeitos em sala de aula, atividades extraclasse, orientações via *e-mail* e em uma articulação disso.

Posto isso, as atividades de Modelagem se mostram necessárias e relevantes para serem aplicadas nos cursos de Licenciatura em Matemática ou de Educação Básica com base no processo dinâmico apresentado, visando a melhoria da aprendizagem Matemática. Portanto, as atividades de Modelagem desenvolvidas levaram à efetivação de um processo dinâmico e os resultados evidenciaram que as atividades realizadas de Modelagem propiciaram aos futuros professores entenderem a Modelagem como uma estratégia pedagógica desafiadora, plausível e útil para ser inserida e explorada nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica, com base em etapas e abordagens pedagógicas de Modelagem.

Referências

- ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. 2. ed. Campinas: Papirus, 1998.
- BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática? **Zetetiké**, Campinas: Unicamp, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho de Rio Claro, Rio Claro, 2001.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, jun. 2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e aplicações** – teoria e prática. 322 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BELTRÃO, M. E. P.; IGLIORI, S. B. C. Modelagem Matemática e aplicações: uma abordagem para o ensino de Funções. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 1, p. 17-42, 2010.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Balanço dengue**. Semana Epidemiológica 1 a 26 de 2011. Secretaria de Vigilância em Saúde. Coordenação Geral do Programa Nacional de Controle da Dengue. Brasília: Portal da Saúde, 2011a. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/informe_dengue_072011.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2011.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Dengue**: prevenção. Brasília: Portal da Saúde, 2011b. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/saude/visualizar_texto.cfm?idtxt=23624&janela=1>. Acesso em: 20 jul. 2011.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Dengue**: sintomas. Brasília: Portal da Saúde, 2011c. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/saude/visualizar_texto.cfm?idtxt=23620&janela=1>. Acesso em: 12 jul. 2011.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 459 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre Educação Matemática. Campinas: Sannus, 1986.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Orgs.). **O planejamento da pesquisa qualitativa**: teorias e abordagens. Tradução de: NETZ, Sandra Regina. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GROENWALD, C. L. O.; SILVA, C. K. da; MORA, C. D. Perspectivas em Educação Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1, p. 37-55, jan./jun. 2004.

Um processo dinâmico para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula: uma experiência com os futuros professores de matemática

HERMINIO, M. H. G. B.; BORBA, M. de C. A noção de interesse em projetos de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa (On-line)**, São Paulo, v. 12, n. 1, p. 111-127, 2010.

LIMA, S. Mortes por dengue caem 44% no 1º semestre de 2011 em relação a 2010. **Ciência e Saúde**, Brasília, 06 jul. 2011, 16h34. G1-Globo. Disponível em: <<http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2011/07/dengue-causou-310-mortes-no-1-semester-deste-ano-no-pais.html>>. Acesso em: 11 jul. 2011.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic Inquiry**. Newbury Park: Sage, 1985.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2012.

MILES, M. B.; HUBERMAN, A. N. **Qualitative Data Analysis: an expanded sourcebook**. 2. ed. Thousand Oaks: Sage, 1994.

NORONHA, C. A.; PEREIRA, D. C.; ALVES, F. J. da C. Modelagem matemática e suas possibilidades. Revista **COCAR**, Belém, Edição Especial N.3, p. 187- 206, Jan./Jul. 2017

OLIVEIRA, W. P. Prática de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática: relato e reflexões. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos (On-line)**, Brasília, v. 98, n. 249, p. 503-521, maio/ago. 2017.

PIMENTEL, C. **Dengue é um dos principais problemas de saúde pública no Brasil, segundo revista inglesa**. Prevenção, Sintomas, Tipos de Vírus, Tratamentos. UOL. Brasília, 09 maio 2011, 19h57. UOL. Disponível em: <<http://noticias.uol.com.br/ultnot/cienciaesaude/ultimas-noticias/2011/05/09/dengue-e-um-dos-principais-problemas-de-saude-publica-no-brasil-segundo-revista-inglesa.jhtm>>. Acesso em: 10 jul. 2011.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

SOARES, M. R. **Caderno pedagógico: Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: uma perspectiva à luz dos futuros professores de Matemática**. 120 f. Produção Técnica. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012a.

SOARES, M. R. **Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: uma perspectiva à luz dos futuros professores de Matemática**. 312 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012b.

SOARES, M. R. **Um Estado da Arte das Pesquisas Acadêmicas sobre Modelagem em Educação Matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes: as dimensões fundamentadas e as direções históricas**. 2017. 598f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017a.

SOARES, M. R. O conceito de Funções nas atividades de Modelagem Matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 85-97, dez. 2017b.

SOARES, M. R. et al. Modelagem Matemática: aplicações das Funções Exponenciais em um curso de tecnologia. **Revista Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 9, n. 3, p. 59-69, dez. 2014.

SOARES, M. R.; IGLIORI, S. B. C. A Modelagem Matemática na formação dos futuros professores de Matemática. In: DERMEVAL, C.; ALENCAR, E. de (Orgs.). **Educação Matemática: reflexões para aprendizagem**. São Paulo: Dialógica, 2016. p. 67-95.

SOARES, M. R.; SANTOS JUNIOR, G. dos. A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: contribuições das atividades sobre energia elétrica. **Revista Práxis**, Volta Redonda, v. 8, n. 16, p. 39-57, 2016.

TORTOLA, T.; ALMEIDA, L. M. W. de. Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos (On-line)**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.

Notas

ⁱ Para evitar repetições textuais serão utilizados sem distinção os termos Modelagem Matemática e Modelagem.

ⁱⁱ Os referenciais teóricos utilizados em cada fase: Soares (2012b, p. 101).

Sobre a autora

Maria Rosana Soares

Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), possui mestrado profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná de Ponta Grossa (UTFPR/PG) e duas especializações (lato sensu): Instrumentalização para o Ensino de Matemática pela UTFPR de Cornélio Procopio (UTFPR/CP) e Educação Profissional Integrada a Educação Básica na Modalidade Educação de Jovens e Adultos (UTFPR/CP). Membro do projeto modelagem na sala de aula pela PUC/SP e da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). E-mail: maryrosanasoares@gmail.com
Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5669-5126>.

Recebido em: 08/03/2019

Aceito para publicação em: 05/05/2019