Programa de Pós-Graduação em Educação
Universidade do Estado do Pará
Belém-Pará- Brasil

Revista Cocar

Edição Especial N.6. Mai./Ago./ 2019 p. 07-29 ISSN: 2237-0315
Dossiê: Estudos de História da Educação Matemática

Duas abordagens distintas na iniciação aos números racionais não negativos no ensino primário: Pimentel Filho (1934) e Gabriel Gonçalves (1974)

Two distinct approaches in the initiation of the non-negative rational numbers in primary education: Pimentel Filho (1934) and Gabriel Gonçalves (1974)

Rui Candeias
Universidade Nova de Lisboa
Lisboa-Portugal

Resumo
Com o presente trabalho pretende-se analisar a proposta didática de dois autores, Alberto Pimentel Filho (1875-1950) e Gabriel Gonçalves[i], para a primeira abordagem aos números racionais no ensino primário, publicadas nas obras *Súmula Didática* (1934) e *Didática do Cálculo* (1974), respetivamente. São dois autores de referência na formação de professores do ensino primário, em Portugal, em momentos diferenciados. O estudo foi conduzido numa perspetiva histórica, baseado em análise documental. Os resultados mostram que os dois autores privilegiam abordagens distintas para o trabalho de iniciação ao estudo dos números racionais. Pimentel Filho propõe uma iniciação centrada no estudo das frações, distinguindo o contexto da fração como uma relação entre uma parte e um todo de uma unidade contínua. Gonçalves salienta o trabalho com os decimais na iniciação ao estudo dos racionais, destacando-se a relação que estabelece com o sistema métrico. Existem, no entanto, algumas semelhanças, como os contextos escolhidos para o trabalho com a adição e a subtração e um amplo recurso a modelos pictóricos.
Palavras-chave*:* números racionais não negativos; história do ensino da matemática; formação de professores; ensino primário.

Abstract
This paper aims to analyze the didactic proposal of two authors, Alberto Pimentel Filho (1875-1950) and Gabriel Gonçalves, for the first approach to rational numbers in primary education, published in the works Didactic Summary [Súmula Didática] (1934) and Didactics of Calculation [Didática do Cálculo] (1974), respectively. They are two authors of reference in the training of primary school teachers in Portugal, at different times. The study was conducted in a historical perspective, based on documentary analysis. The results show that the two authors emphasize different approaches to the work of initiation to the study of rational numbers. Pimentel Filho proposes an initiation centered on the study of fractions, distinguishing the fraction context as a relationship between a part and the all of a continuous unit. Gonçalves emphasizes the work with decimal numbers in initiating the study of rational numbers, especially the relationship established with the metric system. There are, however, some similarities, such as the contexts chosen for the work with addition and subtraction and a wide use of pictorial models.
Keywords: rational numbers; mathematics education history; teachers training; normal primary school.

Introdução

O presente texto debruça-se sobre a forma como foi abordado o ensino dos números racionais, no passado recente, na formação inicial de professores do ensino primário em Portugal. Neste sentido, apresenta-se uma análise de duas propostas de iniciação aos números racionais não negativos no ensino primário, apresentadas em dois manuais de didática para a formação inicial de professores do ensino primário: *Súmula Didática* (1934), de Pimentel Filho, e *Didática do Cálculo*[ii] (1974), de Gabriel Gonçalves.

O conhecimento profissional do professor que ensina matemática e, especificamente, o conhecimento profissional para o ensino do conteúdo dos números racionais não negativos, tem sido objeto de diversos trabalhos (MONTEIRO & PINTO, 2005; NI & ZHOU, 2005; NUNES, BRYANT & WATSON, 2009). Com o presente trabalho apresenta-se uma perspetiva histórica que pretende contribuir para a reflexão sobre o tema, como salienta Chervel (1990), ao referir que os debates sobre o ensino na atualidade poderão beneficiar da investigação histórica e do conhecimento e exploração de modelos disciplinares e regras de funcionamento do passado. Neste sentido, Matos (2007) refere que o conhecimento do passado poderá permitir uma ação mais fundamentada no presente.

Contexto histórico

Em Portugal, a Ditadura Militar implantada em 1926, e o Estado Novo, que se lhe seguiu, alteraram a formação inicial de professores do ensino primário (PINTASSILGO, 2012). Em 1930, ainda na transição do regime militar para o Estado Novo, as Escolas Normais Primárias foram substituídas pelas Escolas do Magistério Primário, envolvendo alterações significativas na organização da escola, na estrutura do curso e, posteriormente, nos programas, deixando de existir uma disciplina com conteúdo matemático teórico da componente da especialidade

Com a reestruturação do curso em 1942, e os programas publicados em 1943, os conteúdos matemáticos das disciplinas dos programas das Escolas do Magistério Primário continuaram centrados na didática e nas metodologias de ensino da matemática no ensino primário. A reformulação dos programas feita em 1960, reforçou a discussão em torno da didática e das metodologias de ensino.

Os dois manuais aqui analisados situam-se, um no princípio do período descrito anteriormente, isto é, de 1926 a 1974, da autoria de Pimentel Filho, e o outro de Gabriel Gonçalves, no final desse período.

Os manuais de didática na formação de professores do ensino primário

A *Súmula Didática, I Parte, Língua Maternal e Aritmética*, edição de 1934, de Adolfo Pimentel Filho, então professor na Escola Normal de Lisboa, faz parte de um conjunto de manuais de pedagogia e metodologia produzidos essencialmente no primeiro terço do século XX. Pintassilgo (2006) sintetiza três finalidades que poderiam ser atribuídas a este tipo de manuais, iniciar os alunos-mestres nos princípios da emergente ciência da educação, consolidar o modelo escolar e a cultura escolar e controlar a prática docente, determinando práticas desejáveis. A obra de Pimentel Filho aqui analisada é, segundo o prefácio do autor, uma consequência da aceitação que os seus trabalhos pedagógicos tiveram, tanto em Portugal como no Brasil, e dirigia-se tanto aos professores já em exercício como a estudantes candidatos a professores.

A obra *Didática do Cálculo*, de Gabriel Gonçalves, é composta por dois volumes, editados respetivamente em 1972 e em 1974 pela Porto Editora, e faz parte de um conjunto de didáticas editadas a partir da década de 1960 para servir de apoio à disciplina de *Didática Especial* dos cursos de formação inicial de professores do ensino primário das escolas do magistério primário. De acordo com o prefácio do autor, antigo professor da Escola do Magistério do Porto e inspetor-orientador à época da edição da obra, o manual de *Didática do Cálculo* destinava-se principalmente aos alunos-mestres das escolas do magistério primário, embora também pudesse ser aproveitado por todos aqueles que se interessam pelos problemas do ensino.

O ensino dos números racionais

Para a compreensão dos números racionais é essencial um conhecimento profundo dos conceitos que lhes estão associados. Muitas vezes os professores e alunos sentem dificuldades neste conteúdo, devido a conflitos conceptuais entre as propriedades dos números racionais e as propriedades dos números naturais, nomeadamente o facto de se tratar de um conjunto denso e que cujos elementos podem apresentar diversas representações (MONTEIRO & PINTO, 2009). É ainda essencial no ensino dos números racionais que o professor tenha consciência das ligações que se estabelecem entre os diferentes conceitos e como se estabelecem essas ligações (MA, 2009).

Pinto (2011) destaca no seu trabalho cinco componentes essenciais no desenvolvimento do sentido de número racional e as respetivas capacidades. A primeira componente é a familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto. Esta componente implica o reconhecimento dos diferentes significados das frações (partilha, parte-todo, medida, operador e razão) em situações discretas ou contínuas. A segunda componente refere-se à flexibilidade com a unidade de referência das frações em contexto. Nesta componente salienta-se a necessidade de desenvolvimento do trabalho com a reconstrução da unidade de referência, seja ela discreta ou contínua, e a identificação da unidade de referência. A terceira componente apresentada por Pinto (2011) refere-se à familiaridade com diferentes representações de número racional. Nesta componente, o trabalho a desenvolver envolve a capacidade de conectar diferentes representações do número racional, como o numeral decimal, fração e o numeral misto. Na quarta componente salienta-se a importância da flexibilidade na comparação, ordenação e densidade dos números racionais. Esta componente envolve a representação de números racionais na reta numérica, comparação e ordenação de números racionais e o reconhecimento de outros números racionais entre dois números racionais. A quinta componente, símbolos e linguagem matemática formal significativos de números racionais, envolve as capacidades de relacionar os símbolos com ações e conhecimentos informais e relacionar os símbolos com linguagem matemática formal (Pinto, 2011).

Metodologia

No presente trabalho optou-se por uma metodologia qualitativa, de caráter histórico, tendo por base fontes documentais. Conhecendo-se a cronologia do que foi a formação inicial de professores do ensino primário (CANDEIAS, 2018), selecionaram-se disciplinas onde eram lecionados conteúdos relacionados com o ensino da matemática, no período em estudo. Relativamente a essas disciplinas, foram identificados autores de manuais que fossem representativos das épocas referidas (PINTASSILGO, 2006; CANDEIAS, 2017), tendo sido selecionadas as duas obras que aqui se apresentam. No processo de análise seguir-se-á uma proposta de Maz (2005) com adaptações feitas para o enfoque do ensino dos números racionais, baseadas nas componentes essenciais para o desenvolvimento do sentido de número racional e as respetivas capacidades, apresentadas no trabalho de Pinto (2011). Na análise destacam-se o contexto global da obra, o autor e posteriormente a abordagem inicial proposta para o ensino deste conjunto de números, a diversidade de unidades de referência de uma fração, as representações utilizadas, a tipologia de exercícios e problemas, os contextos mais utilizados, os materiais didáticos e as principais referências bibliográficas utilizadas pelos autores para a construção da proposta.

Análise da proposta didática de Alberto Pimentel Filho (1875 – 1950)

Alberto Pimentel Filho é um autor português do princípio do século XX que, de acordo com Nóvoa (2003), é merecedor de um estudo atento, já que atua num momento essencial da afirmação da perspetiva científica em educação e da consolidação da institucionalização da formação de professores. Para além da *Súmula Didática*, aqui já referida, foi também autor de outras obras de referência, tanto no âmbito da pedagogia, como no âmbito da pedologia e da psicofisiologia. A obra aqui analisada, está dividida em duas partes, *Parte I – Metodologia Geral* e *Parte II – Metodologia Especial*, estando nesta segunda parte a *Didática da Língua Maternal e Aritmética.* Na introdução do livro de didática de aritmética, o autor começa por apresentar alguns princípios para o ensino desta disciplina, onde salienta que a compreensão é essencial na aprendizagem da aritmética, defendendo que o método indutivo deve ter uma aplicação constante no ensino desta disciplina.

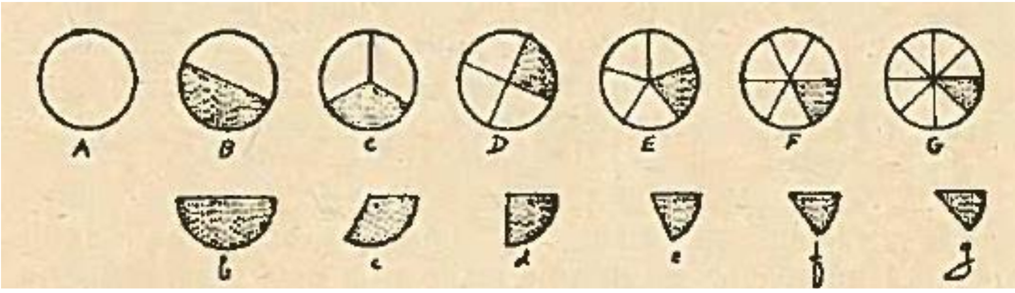
O livro II desta obra é dedicado à didática da aritmética e está dividido em sete capítulos, alguns dos quais ainda se encontram subdivididos em secções. Este trabalho está centrado no capítulo II, *Frações ordinárias*, dedicado à iniciação ao estudo dos números racionais. O autor, na abordagem didática que faz aos racionais fracionários, faz depender o estudo dos decimais do estudo inicial das frações ordinárias[iii]. No livro dedicado à *Didática da Aritmética* recorre a diversas citações sendo os autores citados Louis Grosgurin, Carlo Bourlet e Laisant, autores suíço e franceses contemporâneos de Pimentel Filho.

No início do capítulo II, Pimentel Filho (1934) alerta o leitor para o facto da noção de fração ordinária ser uma noção basilar e por isso merecer um cuidado especial. Para

Pimentel Filho (1934) a noção de fração despertava normalmente um enorme interesse na criança. Desta forma, todos os princípios relativos a este assunto deveriam ser "exclusivamente induzidos de casos concretos, reais, realizados diretamente pelos alunos. Mais do que em qualquer outro caso, a passagem das noções concretas à abstração deve aqui ser lenta e gradual." (p. 147).

Pimentel Filho (1934) propõe que o início do estudo dos números racionais[iv] se faça através da manipulação de materiais concretos, estabelecendo-se uma relação com a representação pictórica, como os discos apresentados na figura 1.

Figura 1: Disco representando a unidade inteira e posteriormente divido em partes iguais



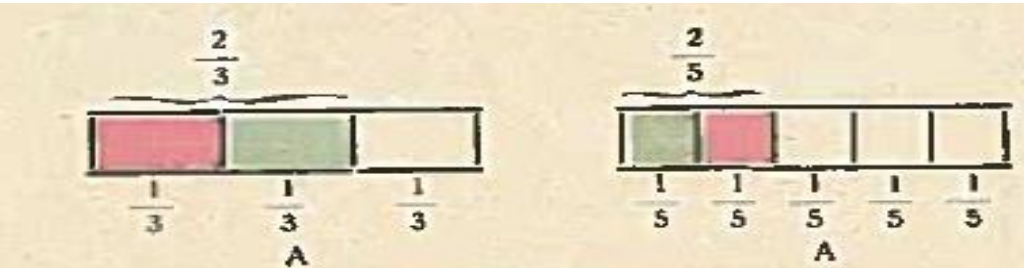
Pimentel Filho (1934, p. 149)

Na primeira sequência, o autor começa por apresentar a unidade inteira, representada pelo disco A. De seguida, mostra essa unidade dividida em diferentes partes iguais (2, 3, 4, 5, 6 e 8) salientando as frações unitárias através dos setores soltos b, c d, e, f, g. Depois das frações unitárias, apresenta imagens de frações não unitárias, como por exemplo, o círculo dividido em oito partes iguais, com três delas pintadas. Além do círculo são utilizados também quadrados, retângulos e ângulos. De acordo com o autor, após a manipulação de materiais, e estabelecida a relação com a representação pictórica das frações até aos nonos, e depois de a nomenclatura estar bem estabelecida, dever-se-ia seguir a representação numérica, em três fases: I. *Representação numérica da fração*; II. *Representação das expressões fracionárias* e III. *Representação de números fracionários*. Na primeira fase, a insistência dever-se-ia centrar nos significados do numerador e do denominador.

Nesta sequência inicial de trabalho com as frações começa por privilegiar a manipulação de materiais e a relação com representações pictóricas. Posteriormente estabelece a relação com a escrita da fração por extenso, recorrendo à representação verbal escrita, por um exemplo um terço, um quarto, e à representação numérica. Salienta também a relevância de, depois de uma fração estar escrita, pedir aos alunos que indiquem qual a fração em falta para completar a unidade.

Para o caso de frações com o mesmo denominador, Pimentel Filho (1934) destaca que, escrevendo e comparando frações o aluno conseguiria desenvolver um reconhecimento intuitivo das que são maiores. No caso da comparação de frações com numeradores iguais, mas com denominadores diferentes, Pimentel Filho (1934) sublinha que seria necessário recorrer à representação pictórica para que o aluno adquirisse esse reconhecimento intuitivo, apresentando o seguinte exemplo:

Figura 2: À esquerda, a grandeza A foi dividida em terços e, à direita, a mesma grandeza foi dividida em quintos; em ambas se tornaram duas dessas partes: no primeiro caso, $\frac{2}{3}$ e, no segundo, $\frac{2}{5}$. As crianças verificarão, medindo-os, que $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$.

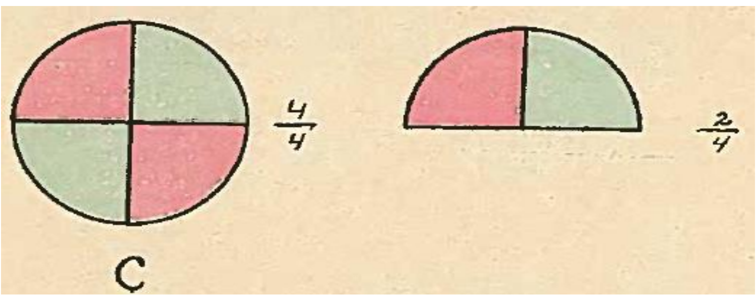


Pimentel Filho (1934, p. 151-152).

Apresenta ainda o caso em que o denominador é igual ao numerador e por isso a fração representa a unidade, sendo o exemplo dado com um círculo dividido em quatro partes iguais totalmente pintadas.

De seguida é trabalhada a segunda fase, designada por *Expressão fracionária*. No exemplo apresentado no livro, e que consta na figura 3, vê-se representado um círculo completo dividido em quartos e, à sua direita, mais dois quartos. Ao todo teríamos $\frac{6}{4}$.

Figura – 3 – Representação de uma situação designada por *expressão fracionária*



Pimentel Filho (1934, p. 152)

O autor considera que, quando a fração é superior à unidade, ou seja, o numerador é maior do que o denominador, seria denominada *expressão fracionária*, designação dada à fração imprópria, mas que nunca é usada no livro. O autor destaca ainda que, muitas vezes, as expressões fracionárias poderiam representar mais do que duas unidades, como por exemplo $\frac{11}{4}$, que representa duas unidades, mais três quartos, "podemos, portanto, dada uma expressão fracionária, extrair dela os inteiros que ela contiver" (p. 154).

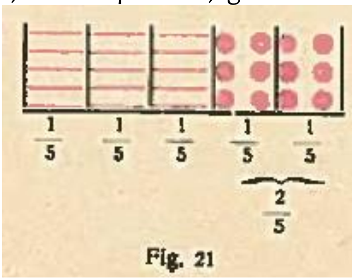
Os números fracionários estão definidos como aqueles que são "formados por um número inteiro mais uma fração, como "$2+\frac{2}{3}, 5+\frac{3}{4}$ etc" (p. 154). Nesta fase não é utilizada a notação usual do numeral misto, esta notação só aparece quando são exploradas as operações de adição e subtração. Note-se que, a designação de numeral misto não é utilizada, nem posteriormente no contexto das operações. São dados exemplos de como se converte um *número fracionário* em *expressão fracionária*, por exemplo $2+\frac{2}{3}$ seria convertido em $\frac{8}{3}$ visto duas unidades serem o mesmo que $\frac{6}{3}$ "e juntos aos $\frac{2}{3}$ soltos, dão $\frac{8}{3}$" (p 154). Os aspetos referidos anteriormente constituíam um primeiro passo na apresentação das frações sendo seguidos de dezanove exercícios tipo, para consolidação dos conteúdos trabalhados até ali, dos quais aqui destacamos cinco. Na apresentação dos exercícios, Pimentel Filho cita essencialmente dois autores, Bourlet e Grosgurin.

> 1.º Converter em meios, terços, quartos, quintos ... nonos, 2, 3, 5, etc., inteiros.
> 2.º João tem 12 soldados de chumbo. ¿ Se der metade, com quantos ficará?
> 4.º Quantos lápis serão os $\frac{2}{5}$ de 25 lápis?
> 9.º Deram-me $\frac{17}{5}$ de laranjas? Juntando esses $\frac{17}{5}$ quantas laranjas posso reconstituir, posso formar? ¿ Sobram alguns quintos? Quantos? (...)
> 18.º Após ter perdido os $\frac{3}{5}$ dos seus belindres Paulo tem ainda 12. ¿ Quantos belindres tinha ele? – (Grosgurin). (PIMENTEL FILHO, 1934, p. 155-156)

É de salientar que, na citação anterior, Pimentel Filho apresenta alguns exercícios (2.º, 4.º e o 18.º) que remetem para situações em que a unidade é um conjunto discreto, o que ainda não tinha sido abordado.

Para o exercício 18.º Pimentel Filho sugere que se siga a seguinte solução.

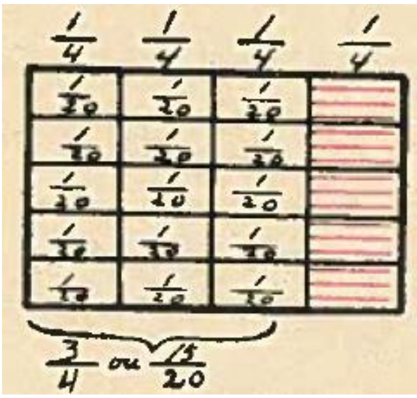
No quadro: esquematizar cinco casas, das quais 3 riscadas.
12 belindres, a dividir por dois, igual a 6 belindres ... para cada quinto.



Guarnecer de seis círculos as duas casas.
6 belindres X 5 = 30 belindres ... ao todo.
Ou então: 6 belindres X 3 = 18 belindres ... perdidos
18 belindres + 12 belindres = 30 belindres. (Grosgurin) (p. 156-157).

Na abordagem às frações equivalentes, o autor cita Laisant, enunciando o que designa de *Princípio fundamental das frações*, com a apresentação de um exemplo. O autor define este princípio, afirmando que multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número o valor desta não se altera, mas não refere que esse número tem que ser diferente de zero.

Figura – 4 - Um exemplo para as frações equivalentes



Pimentel Filho (1934, p. 157)

Tendo como base a imagem reproduzida na figura 4, Pimentel Filho esclarece a razão pela qual existem diferentes frações que representam o mesmo número e que ele designa por frações iguais. Se dividíssemos o retângulo grande ao longo do seu comprimento em 4 retângulos iguais, cada um seria $\frac{1}{4}$ do retângulo total. Se considerássemos apenas a parte não riscada do retângulo na figura 4, estaríamos a considerar $\frac{3}{4}$ desse retângulo inicial. Se depois dividíssemos o retângulo inicial ao longo da largura, em 5 partes iguais, o mesmo ficaria dividido em 20 partes iguais, cada uma representando $\frac{1}{20}$. A parte não riscada, que representa $\frac{3}{4}$ do retângulo inicial, teria agora 15 pequenos retângulos que representam $\frac{15}{20}$. Pimentel Filho estabelecia assim a relação entre as duas frações. Concluía então que:

> a fração $\frac{15}{20}$ resulta da fração $\frac{3}{4}$ multiplicando os dois termos desta por 5, $\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$.
> Se dividirmos os dois termos da fração $\frac{15}{20}$ por 5, resultará a fracção $\frac{3}{4}$ que, como acabámos de ver, lhe é igual: $\frac{15:5}{20:5} = \frac{3}{4}$.
> Vê-se, portanto que uma fração não muda de valor quando multiplicamos ou dividimos os seus dois termos pelo mesmo número. (p. 158).

Pimentel Filho apresenta depois exemplos da aplicação do princípio à simplificação e à comparação de frações. São posteriormente sugeridos uma série de exercícios para treino da equivalência de frações que deveriam induzir as crianças para a descoberta da regra geral.

A parte correspondente à *Adição e subtração de frações*, está subdividida em *Cálculo oral*, *Adição escrita* e *Subtração escrita.* Desde logo é enfatizado que “todos os casos apresentados dirão respeito a frações da mesma unidade” (p. 163). No *Cálculo oral*, são apresentados quatro exemplos de exercícios de adição e subtração de frações, utilizando unidades contínuas e discretas. Num dos exemplos, com adição, a unidade está repartida em igual número de partes, nos outros três exemplos, com adição e subtração, a unidade está repartida num diferente número de partes, como é este caso, onde Pimentel Filho cita novamente Grosgurin:

> 2.º De dois copos iguais, um, está cheio até um terço, o outro até aos três quartos. ¿ Que sucederá se eu despejar o primeiro no segundo?
> Paulo: «Uma inundação ... 1 terço é mais do que um quarto.» Três quartos e um terço ... são 9 doze avos e 4 doze avos ... 13 doze avos ... 1 inteiro e doze avos. É, com efeito, este um doze avos que sairá do copo.» (p. 163)

Na *Adição escrita*, Pimentel Filho (1934) apresenta dois tipos de notação escrita, uma por extenso e outra utilizando a notação simbólica matemática:

> Primeira notação escrita:
> 1 sexto + 3 sextos = 4 sextos.
> Segunda notação escrita:

$\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=\frac{4}{6}$ (p. 164-165)

Para os alunos que calculassem a soma dos numeradores e dos denominadores, Pimentel Filho sugere a apresentação de contraexemplos que mostrem o absurdo:

> Quando este contrassenso se manifestar, o mestre aplicá-lo-á a certos casos que mostrem bem a sua absurdidade.
> Assim: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ dariam $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ ... !
> $\frac{3}{3}+\frac{2}{2}$ dariam $\frac{5}{5}$ ou 1. Então 1 e 1 fazem 1 ... ! (p. 165)

Para a iniciação à adição de frações são ainda sugeridos exercícios tipo que envolvam representações pictóricas e a utilização das medidas de comprimento.

No que diz respeito à *Subtração escrita* são apresentados doze exemplos tipo que recorrem a exercícios com contexto e sem contexto. Entre os exemplos sem contexto, encontram-se exemplos que recorrem apenas aos números e outros que utilizam representações icónicas e simbólicas, como no exemplo seguinte:

> Calcular a diferença das duas partes coloridas:
> Unidade: o quadrado
>
> 
>
> $\frac{3}{8}-\frac{2}{8}=\frac{1}{8}$
> A primeira parte tem mais um oitavo de unidade. (p. 166)

O autor recorre essencialmente aos contextos de medidas de comprimento, capacidade, tempo e dinheiro. Um exemplo com o contexto de medidas de comprimento é o seguinte, onde Pimentel Filho mostra o uso de numerais mistos e operações com eles.

> 6.º Um barrote tem de comprimento m $4\frac{1}{4}$. Corta-se-lhe um pedaço de m $1\frac{1}{8}$. ¿ quantos metros ficaram? $4\frac{1}{4}-1\frac{1}{8}=3\frac{1}{8}$, dizendo 4 − 1 = 3; $\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{2}{8}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$ (p. 168).

No final do capítulo, Pimentel Filho salienta a orientação que deverá enquadrar o ensino do que designa por frações ordinárias. Para o autor, este ensino deverá partir sempre da observação de casos concretos, dos quais serão induzidas as regras práticas de cálculo, com um trabalho gradual de abstração. Para Pimentel Filho, ao contrário do que acontece com a estrutura das operações com números inteiros e decimais, que pode ser rapidamente mecanizada, a aplicação prática das operações sobre frações e a sua estrutura, deverá ser desenvolvida através do raciocínio. Este trabalho implicaria passar pela análise das questões propostas, pelo desenvolvimento da capacidade de visualizar mentalmente as questões, pela concretização das condições especiais de cada questão proposta. Para Pimentel Filho "tudo o que não seja isto, será despir o ensino das frações do seu valor formal convertendo-o em um amontoado de regras, em um mecanismo destinado ... a funcionar no vácuo. (p. 196, reticências no original).

Análise da proposta de Gabriel Gonçalves

Gabriel Gonçalves foi professor da Escola do Magistério Primário do Porto, assumindo posteriormente funções como inspetor orientador do ensino primário. Foi autor de obras na área da didática, como a *Didática da Língua Nacional* e a *Didática do Cálculo*, editadas como apoio à disciplina de Didática Especial dos cursos de formação inicial de professores do ensino primário.

A análise aqui apresentada refere-se à segunda edição da obra, publicada em 1974, pela Porto Editora, em dois volumes. É no segundo volume da obra que é abordado o ensino dos números racionais não negativos.

Relativamente aos objetivos gerais do ensino da aritmética na escola primária o autor considera que deve ser acentuadamente prática, consistindo mais na criação hábitos e na aquisição de um novo instrumento de trabalho do que na interpretação de conceitos abstratos. Nos programas salienta-se, no entanto, que a compreensão dos conceitos subjacentes aos cálculos aritméticos não deve ser descurada, sendo esse desenvolvimento intelectual o principal valor formativo da aritmética[v]. Ainda nos objetivos do ensino da aritmética, Gonçalves (1974) distingue o objetivo utilitário, de aplicação na vida diária, e o objetivo formativo, de exercitar o raciocínio na sua forma matemática.

A primeira abordagem ao ensino dos números racionais é apresentada entre o capítulo VII e o capítulo XIII do segundo volume da obra, onde se aborda o ensino dos decimais. Para Gonçalves (1974), no ensino dos decimais pretende-se que a criança amplie os conhecimentos que tem sobre o sistema de numeração decimal, estendendo-o às décimas, centésimas e milésimas. Estes conceitos são apresentados como uma extensão do sistema de numeração de base dez. Gonçalves (1974) apresenta logo de seguida um conjunto de considerações gerais sobre o ensino dos decimais e das frações, começando por colocar a seguinte questão "Deve iniciar-se o ensino das frações pelas frações decimais ou pelas frações ordinárias?"[vi] (p. 38). Quanto a esta questão, Gonçalves (1974) apresenta duas correntes que se opõem. Por um lado, cita metodólogos como Büttner, Tank ou Pikel[vii] que, de acordo com Gonçalves (1974), afirmam que se deve começar pelas frações decimais, na sua representação decimal, porque poder-se-iam considerar "como a continuação dos números inteiros inferiores à unidade" (p. 38). Apresenta como exemplos os submúltiplos das medidas de comprimento, de capacidade e de peso afirmando que:

> Cada uma destas unidades encerra dez unidades da ordem imediatamente inferior. Portanto, podem operar-se, no cálculo escrito, como se fossem inteiros. E, como o cálculo com decimais é muito mais fácil do que com frações, será pelas frações decimais, sob a forma de números decimais, que deverá começar-se." (GONÇALVES, 1974, p. 38).

Por outro lado, apresenta a opinião de metodólogos como Böhme e Hentschel[viii]que afirmam que se deve começar o estudo pelas frações ordinárias, das quais as frações decimais seriam só um caso particular. Apresenta então os argumentos destes autores, referindo que:

> O cálculo torna-se mais intuitivo e racional: a metade, o terço, o quarto, …, são mais fáceis de perceber do que a décima, a centésima, … O cálculo das frações ordinárias prepara melhor para o das decimais, do que ao contrário. (GONÇALVES, 1974, p. 38, reticências no original).

Perante estas duas correntes divergentes, Gonçalves (1974) refere que irá seguir no seu trabalho o que estava prescrito nos programas da época[ix], ou seja, o primeiro método referido, começando pelos decimais.

O programa também serve de guia para o desenvolvimento da aprendizagem proposto por este autor. De acordo com os programas, a abordagem aos decimais deveria ser feita a partir das medidas de comprimento, colocando-se aos alunos situações em que fosse necessário medir com metros e decímetros. Estas medições ir-se-iam exprimir no que era designado por decimais mistos, ou seja, números com uma parte inteira que, a seguir a uma vírgula, tinham uma parte decimal. Depois de trabalharem com estes números decimais mistos, os alunos deveriam verificar que as regras utilizadas com os números inteiros se aplicavam também aos números decimais, "os números continuam a ter um valor absoluto e um valor de posição." (p. 39). Depois de efetuado este trabalho, deveriam ser propostas aos alunos situações que os levassem a passar dos números decimais mistos para os números decimais simples.

Na parte final destas *Considerações gerais*, Gonçalves (1974) estabelece uma relação entre o trabalho efetuado nos dois capítulos anteriores da sua obra, onde abordou o sistema métrico, com medições só com números inteiros. Nesse capítulo aborda as medições, mas utilizando a notação decimal, com a utilização da vírgula. Em nota de rodapé, Gonçalves chama a atenção do leitor para a utilização simples da forma *número decimal*, que por vezes se utilizava em vez de *numeral decimal*.

A introdução da décima era proposta em onze etapas:

Tabela 1. Proposta de Gonçalves (1974) para a abordagem aos decimais.

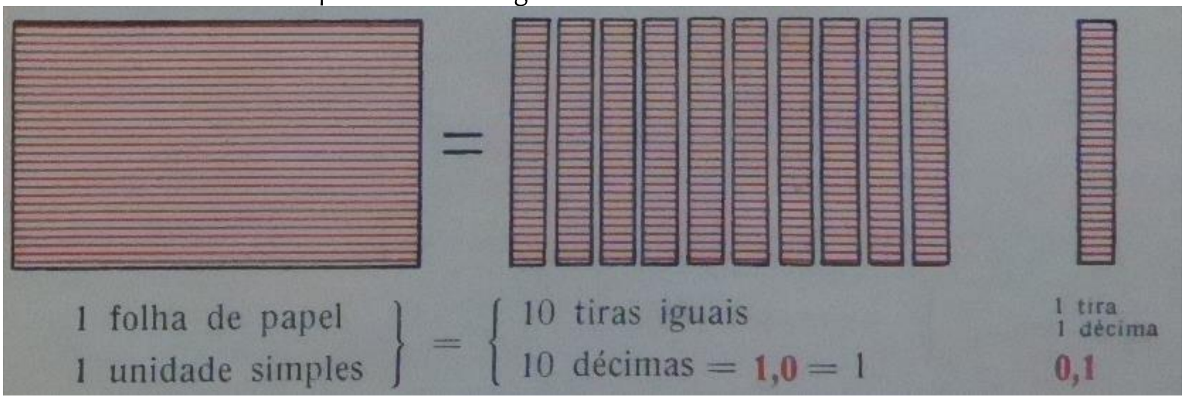
1) Realização de medições em que o metro entre um número certo de vezes, que se expressem com números inteiros;	2) Realização de medições expressas um número inteiro de vezes em metros e decímetros (ex.: o quadro mede 1 m e 2 dm);
3) Nas medições, identificação da unidade inteira, o metro, e da décima parte da unidade inteira, o decímetro. Representação na forma convencional, com a vírgula decimal, e identificação do valor pela posição.	4) Identificação de que a regra que regia os números inteiros, também se aplica nos números decimais: "num número, qualquer algarismo à direita de outro representa unidades de ordem dez vezes menor que as dessoutro" (p. 30);
5) Realização de medições que resultem em decimais mistos com registo em tabelas;	6) Realização de medições de que resultem decimais puros. Levar os alunos a compreender que o zero à esquerda da vírgula representa a ausência de unidades inteiras;
7) Exercícios de síntese que não ultrapassem a unidade Ex.: 3 dm + 2 dm = 5 dm 0,3 m + 0,2 m = 0,5 m	8) Exercícios de síntese que formem a unidade Ex.: 5 dm + 5 dm = 10 dm 0,5 + 0,5 m = 1,0 m = 1 m
9) Exercícios de síntese, ultrapassando a unidade Ex.: 4 dm + 5 dm + 3 dm = 12 dm 0,4 m + 0,5 m + 0,3 m = 1,2 m = 1 m + 0,2 m	10) Exercícios de análise Ex.: 0,4 m = 0,1 m + 0,1 m + 0,1 m + 0,1 m = 0,2 m + 0,2 m = = 0,3 m + 0,1 m
11) Exercícios de aplicação e verificação.	

A introdução da centésima e da milésima é feita de forma semelhante à décima. Nos capítulos posteriores a este, Gonçalves (1974) apresenta uma sequência de atividades organizadas de forma a levarem os alunos a generalizar as noções de décima, centésima e milésima a qualquer unidade, onde se incluem exercícios de aplicação. Nessa sequência, a proposta é que os alunos comecem por lidar com materiais concretos que permitam a divisão de uma unidade em partes iguais, começando com o metro e passando de seguida para outras unidades, como uma folha de papel.

A generalização da noção de décima, centésima e milésima a qualquer unidade é apresentada no capítulo VIII, que está dividido em dois pontos, *1. Objetivos* e *2. Direção da aprendizagem*. No primeiro ponto, Gonçalves (1974) apresenta algumas observações dos programas, onde se afirma que, depois de estarem familiarizadas com unidades concretas, as crianças estarão aptas a generalizar as décimas, centésimas e milésimas a qualquer unidade.

No ponto relativo à *Direção da aprendizagem*, Gonçalves (1974) começa por apresentar uma sequência de cinco etapas para a generalização da noção de décima.

> 1) As crianças observam novamente a divisão do metro em 10 partes iguais;
> 2) Com recurso à concretização, as crianças verificam a décima parte de outras unidades (pão, maçã, queijo) dividindo a unidade em dez partes iguais, apresentando o seguinte desenho:

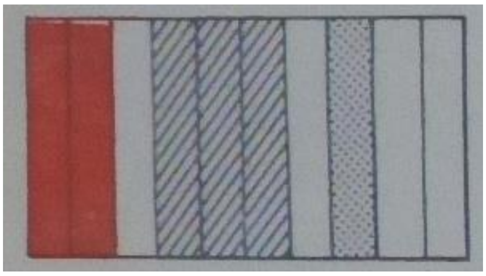


Gonçalves (1974, p. 45)

Gonçalves (1974) destaca como fator essencial para a criança dominar a notação decimal o reconhecimento de que 1,0 designa dez décimos e simultaneamente um.

> 3) Exercícios de análise
> Ex.: 1 u = 5 d + 5 d
> 1 = 0,5 + 0,5
> = 0,5 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1
> = 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2
> 4) Exercícios de síntese
> Ex.: 2 d + 3 d + 1 d = 6 d
> 0,2 + 0,3 + 0,1= 0,6
> 5) Exercícios de aplicação (p. 45)

Nos exercícios de aplicação são propostas atividades em que se pretende que os alunos identifiquem as partes da unidade relativamente a um retângulo, a um círculo, ou ainda que se faça a leitura de números decimais em décimas.



a) Observa, calcula e responde:
- Que porção do retângulo representa a parte pintada de cor?
- E a parte tracejada?
- E a parte ponteada?
- E o conjunto das três partes?
- E a parte que está em branco? (Gonçalves, 1974, p. 46)

Para o ensino da centésima são propostas atividades semelhantes às que são propostas para a décima. Para Gonçalves (1974) o ensino da milésima constitui apenas uma extensão da generalização do conceito de número decimal.

O capítulo IX é dedicado à *Escrita e leitura de números decimais* e está dividido em duas partes *1. Objetivos* e *2. Direção da aprendizagem*. Os objetivos são os de ampliar o conceito de numeração de base e adquirir prática na leitura e escrita dos números decimais já estudados. Quanto à orientação da aprendizagem são enunciados cinco pontos. No primeiro ponto Gonçalves (1974) procede à escrita e leitura de números decimais com recurso a uma tabela, designada por dispositivo, que separa a parte decimal da parte inteira e as diferentes ordens, onde são colocados os números cuja leitura e escrita são pretendidas. No segundo ponto, e após a colocação de exemplos na tabela, destaca que existem números que só têm parte decimal, designados por decimal puro, e números que têm parte inteira e decimal, designados por mistos decimais. Realça também que a vírgula separa a parte inteira, que fica à esquerda, da decimal, que fica à direita. No terceiro ponto salienta que a leitura dos números é feita da esquerda para a direita. No quarto ponto apresenta três formas diferentes de ler os números decimais: por classes, lendo a parte inteira e depois a decimal, por ordens, lendo um algarismo de cada de vez e indicando o nome da unidade que corresponde, e como se fosse um número inteiro. No quinto ponto apresenta alguns exemplos de exercícios de aplicação.

Do capítulo X ao XII, Gonçalves (1974) destaca regras práticas para a multiplicação e divisão de números por 10, 100 e 1000, aborda as quatro operações com números decimais e propõe a prática das regras práticas da multiplicação e divisão de quaisquer números por 0,1, 0,01 e 0,001. O trabalho efetuado nestes capítulos centra-se nos procedimentos utilizados nas regras práticas e nas operações com números decimais, sendo apresentados os diferentes casos. Posteriormente são apresentados exemplos de problemas, com contextos de dinheiro ou de medidas de comprimento, onde as regras e os procedimentos são aplicados. Salientamos aqui o trabalho proposto para a generalização das regras e para a introdução da adição e da subtração.

O capítulo XI aborda as quatro operações com números decimais. Tal como os capítulos anteriores, encontra-se dividido em três pontos *1. Objetivos*, *2. Considerações gerais* e *3. Direção da aprendizagem*. O ponto três encontra-se ainda dividido em quatro subpontos, correspondentes às quatro operações aritméticas com os decimais, sendo apresentados os diferentes casos para cada uma das operações. O objetivo enunciado por Gonçalves (1974) é o de saber operar com números representados na forma decimal. Nas considerações gerais, Gonçalves (1974) distingue o que considera ser conceitos básicos para a aprendizagem das operações, a "*homogeneidade matemática das ordens*, bem como de *homogeneidade concreta*" (p. 59, itálico no original). Gonçalves (1974) enuncia assim a forma como estes dois conceitos influenciam a aprendizagem das operações:

> Na verdade, se se tratar de *números abstratos*, estes podem sempre, por exemplo, somar-se, desde que se respeite a *lei da homogeneidade matemática das ordens de unidades*, isto é, desde que se juntem apenas conjuntos de unidades livres da mesma ordem.
> Porém, se se tratar de *números concretos*, há que fazer, primeiramente, a sua *homogeneização concreta*, isto é, *reduzi-los-á à mesma unidade concreta*. Só depois disso é que se podem operar, como se fossem números abstratos. (p. 59, itálico no original).

No que diz respeito ao ponto três deste capítulo, Gonçalves (1974) começa por apresentar uma transcrição das observações que faziam parte dos programas do ensino primário em vigor na época. Nessa transcrição realça-se que o ensino das operações com decimais deve ser feito em confronto com as mesmas operações realizadas com os números inteiros, o que, com a utilização de problemas adequados, levaria facilmente à aprendizagem da colocação da vírgula nos resultados obtidos. Neste ponto, *3. Direção da aprendizagem*, são abordadas as quatro operações aritméticas, adição, subtração, multiplicação e divisão, sendo apresentados diferentes casos para cada uma das operações referidas. O estudo das operações tem início com a adição, com o caso que Gonçalves (1974) considera mais simples, *1. Adição de números decimais expressos na mesma unidade concreta*. Este caso é apresentado com um problema com um contexto de medida de comprimento: "A Olívia cortou uma fita em três retalhos que medem respetivamente 2 dm, 4 dm e 1 dm. Quanto media a fita, antes de a Olívia a ter cortado?" (p. 59). Gonçalves (1974) define esta situação como uma ação de juntar, começando por apresentar a operação na horizontal, utilizando números inteiros referindo-se à unidade decímetro. Faz depois a mesma operação, mas referindo-se à unidade metro e utilizando por isso números decimais e por último apresenta a mesma operação com números decimais, mas sem referir a unidade. A mesma sequência de cálculos é apresentada na vertical e designada por *Cálculo algorítmico*.

A acção é de juntar:

2 dm + 4 dm + 1 dm = 7 dm
0,2 m + 0,4 m + 0,1 m = 0,7 m
0,2 + 0,4 + 0,1 = 0,7

CÁLCULO ALGORÍTMICO

$$\begin{array}{r} 2\ \text{dm} \\ +\ 4\ \text{dm} \\ +\ 1\ \text{dm} \\ \hline 7\ \text{dm} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}2\ \text{m} \\ +\ 0{,}4\ \text{m} \\ +\ 0{,}1\ \text{m} \\ \hline 0{,}7\ \text{m} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}2 \\ 0{,}4 \\ 0{,}1 \\ \hline 0{,}7 \end{array}$$

Figura 5 - Gonçalves (1974, p. 60)

Gonçalves (1974) chama a atenção para a colocação das ordens com o mesmo nome na mesma coluna, o que designa por "homogeneidade matemática das ordens" (p. 60). No final sugere-se que se realizem outros exercícios.

O segundo caso, *Adição de números decimais expressos em unidades concretas diferentes*, é também apresentado a partir de um problema, "Uma régua mede 6 dm e a outra 25 cm. Qual será o comprimento total das duas réguas?" (p. 60). Novamente a ação é considerada de juntar, só que neste caso as unidades não são as mesmas. Gonçalves (1974) refere a "lei da homogeneidade concreta" (p. 60) salientando que só se podem "somar conjuntos de unidades do mesmo nome" (p. 60). Sugere-se desta forma que se proceda inicialmente a uma "redução" dos decímetros a centímetros para posteriormente proceder-se à operação. A sequência de registo é idêntica à do primeiro caso.

O terceiro caso, *Adição de quaisquer números inteiros e decimais*, também é apresentado a partir de um problema "Uma costureira dividiu um corte de fazenda em quatro retalhos que mediam, respetivamente, 1m, 4 dm, 56 cm e 125 mm. Qual era o comprimento desse corte de fazenda?" (p. 60). Nesta situação, Gonçalves (1974) procede ao que designa por "homogeneização concreta das parcelas" (p. 61) convertendo todas as medidas do problema na unidade de ordem menor, neste caso o milímetro e posteriormente passando para a unidade metro. Depois é apresentada a sequência de operações tal como aconteceu nos casos anteriores. Gonçalves (1974) salienta então que:

> a) As unidades livres da mesma ordem dispõem-se na mesma coluna (homogeneização matemática das ordens);
> b) O acrescentamento ou a supressão de zeros, à direita de qualquer número decimal, embora modifique a quantidade e a natureza dos seus elementos, não modifica o seu valor. (p. 61)

É então apresentado o que é designado por *Dedução da regra para a soma de quaisquer números*.

> Reduzem-se todos à mesma unidade concreta (homogeneização concreta) e depois somam-se, colocando, para isso, na mesma coluna, as unidades livres da mesma ordem: décimas debaixo de décimas, centésimas debaixo de centésimas, ..., unidades debaixo de unidades, dezenas debaixo de dezenas, etc. Vírgulas debaixo de vírgulas. (p. 61)

Na subtração, Gonçalves (1974) aplica o mesmo processo, começando por trabalhar com números decimais em unidades de comprimento iguais, depois com unidades de comprimento diferentes e depois generalizando a quaisquer números. Tal como para a adição, enuncia no final a regra, mas neste caso designa por *Indução e afirmação da regra*. No final da parte dedicada à subtração são apresentados alguns *Exercícios de aplicação*. Estes exercícios são constituídos por problemas com o contexto das medidas de comprimento, bolos divididos em porções ou ainda exercícios estritamente numéricos com a subtração de medidas em que são utilizados os números decimais.

Notas finais

Nas propostas analisadas no presente trabalho ressalta desde logo a diferença nas opções para a iniciação dos números racionais. Pimentel Filho (1934) privilegia a iniciação aos números racionais através das frações. Embora não apresente explicitamente qualquer justificação para esta opção, a sua escolha parece relacionar-se com o programa do ensino primário em vigor na época, que determinava que a primeira abordagem aos números racionais seria feita na 2.ª classe, através do estudo das frações ordinárias, e que só na 3.ª classe seriam trabalhadas as frações decimais. Na proposta de Gabriel Gonçalves (1974), a importância atribuída ao trabalho com os decimais ressalta da afinidade que estes têm com os números naturais que os alunos já trabalharam e a relação com o sistema métrico decimal. Esta opção é baseada no currículo que estava em vigor na época em Portugal, mas são explicitamente discutidos os dois tipos de abordagem. Essa é uma discussão que existe também na época e que tem eco nas discussões de hoje em dia, como é possível ver nos trabalhos de Brousseau (2007) e nas alterações que os programas portugueses têm tido.

Tanto no discurso de Pimentel Filho, como no de Gabriel Gonçalves, é possível verificar que existe uma preocupação explícita em assumir o método indutivo como aquele que deve ser utilizado tanto no ensino da aritmética em geral, como na abordagem do tema do ensino dos números racionais em particular. De uma forma geral, Pimentel Filho apresenta exemplos recorrendo a representações pictóricas e simbólicas, por vezes enuncia a regra e depois sugere um conjunto de exercícios e de problemas que servem de aplicação. Gabriel Gonçalves segue um esquema idêntico no trabalho com operações com decimais, apresentando um enunciado escrito, de onde depois enuncia a regra e em seguida apresenta exemplos para aplicação.

No que diz respeito à utilização de diferentes representações, é de salientar que os dois autores recorrem frequentemente a representações pictóricas, que relacionam com a linguagem verbal escrita e posteriormente com a linguagem simbólica matemática. Para alguns dos exercícios, ou problemas, Pimentel Filho apresenta propostas de solução, recorrendo muitas vezes a representações pictóricas que estabeleçam uma relação direta com a representação simbólica. Na apresentação dos problemas, Gonçalves enfatiza a representação simbólica, mas também apresenta problemas e as respetivas resoluções, com modelos pictóricos. No trabalho destes autores não existem referências a materiais didáticos estruturados, no entanto, ambos referem a importância da manipulação de materiais concretos no desenvolvimento dos conceitos associados a este tema.

Na sua proposta, Pimentel Filho apresenta exemplos de exercícios numéricos ou problemas com um contexto adaptada à prática e a situações do que poderia ser o dia a dia dos alunos. Entre os problemas com um contexto, o mais utilizado neste tema das frações é o contexto das medidas, principalmente as medidas de comprimento, mas também as medidas de peso, capacidade ou ainda os contextos relacionados com a atividade comercial, com o recurso ao dinheiro. Os contextos privilegiados por Gabriel Gonçalves decorrem da sua opção de iniciação aos números racionais através da representação decimal e da relação com as medidas de comprimento. Desta forma, os contextos mais utilizados por Gabriel Gonçalves nos problemas são os de medida (comprimento e capacidade), com a ligação a possíveis questões do quotidiano. Estes contextos são também utilizados nos exercícios de aplicação das regras e procedimentos trabalhados.

Na proposta de Pimentel Filho, a fração é introduzida como uma relação entre uma parte e o todo de uma unidade contínua. No entanto, nos exemplos de aplicação são apresentados problemas onde a fração é aplicada como operador partitivo multiplicativo aplicado a um conjunto discreto. Pela sua afinidade com o sistema métrico e a representação decimal dos números racionais, a proposta de Gabriel Gonçalves centra-se no trabalho com unidades contínuas, privilegiando-se a relação com as unidades do sistema métrico. No entanto, na sua abordagem Gonçalves distingue diferentes tipos de unidades. Monteiro e Pinto (2009) também evidenciam no seu trabalho a importância dos diferentes tipos de unidades e as dificuldades que isso provoca aos alunos na iniciação do estudo dos números racionais.

A proposta de Pimentel Filho para a iniciação aos números racionais é baseada em três autores de língua francesa, seus contemporâneos, da área da matemática. No âmbito deste trabalho não foi possível analisar comparativamente o trabalho de Pimentel com o trabalho desses autores no sentido de perceber de que forma o influenciaram. No desenvolvimento deste tema, Gonçalves também faz referências de outros autores que influenciam o seu próprio trabalho, mas não foi possível as obras.

Referências

BROUSSEAU, Guy.; BROUSSEAU, Nadine.; WARFIELD, Virginia. Rationals and decimals as required in the school curriculum: Part 2 - from rationals to decimals. **The Journal of Mathematical Behavior**, 26, 281–300, 2007. http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.09.001

CANDEIAS, Rui. Mathematics in the initial pre-service education of primary school teachers in Portugal: Analysis of Gabriel Gonçalves proposal for the concept of unit and its application in solving problems with decimals. **CERME** 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. <hal-01938819>

CANDEIAS, Rui. A matemática na formação dos professores do ensino primário em Portugal de 1926 até 1974. Em Matos, José Manuel (Coord.). **A matemática e o seu ensino na formação de professores – uma abordagem histórica**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2018.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & educação**, 2, 177-229, 1990.

MA, Liping. **Saber e ensinar matemática elementar**. Lisboa: Gradiva, 2009.

MATOS, José Manuel. História do ensino da matemática em Portugal — a constituição de um campo de investigação. Em J. M. Matos e W. R. Valente (Eds.), **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal:** *primeiros estudos* (pp. 8-20). São Paulo: GHEMAT, 2007.

MAZ, Alexander. ***Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX.*** Tese de doutoramento, Universidad de Granada, Granada, 2005. Recuperado de http://digibug.ugr.es/handle/10481/556#.WSkoRWjyvIU

MONTEIRO, Cecília.; PINTO, Hélia. A aprendizagem dos números racionais. **Quadrante, Revista de Investigação em Educação Matemática***, 14,* 89-107. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005.

MONTEIRO, Cecília; PINTO, Hélia. **Desenvolvendo o sentido do número racional.** (2.ª ed.). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2009.

NÓVOA, António. **Dicionário de educadores portugueses**. Lisboa: Edições ASA, 2003.

NI, Yujing; ZHOU, Yong-Di. Teaching and learning fraction and rational numbers: The Origins and implications of whole number bias. **Educational Psychologist***, 40(1),* 27-52, 2005. doi:10.1207/s15326985ep4001_3

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; WATSON, Anne. ***Keys understandings in mathematics learning.*** Oxford: Nuffield Foundation, 2009. Recuperado de http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/MATHS_COMBINEDv_FINAL(1).pdf

PIMENTEL FILHO, Alberto. **Súmula Didáctica**: *Língua maternal e Aritmética*. Lisboa: Livraria Editores, 1934.

PINTASSILGO, Joaquim. Os manuais de pedagogia no primeiro terço do século XX: entre a tradição e a inovação. Em Pintassilgo, Joaquim et al. (2006). **História da escola em Portugal e no Brasil:** *circulação e apropriação de modelos culturais*. Lisboa: Edições Colibri, 175-200, 2006.

PINTASSILGO, Joaquim (Coord.). ***Escolas de formação de professores em Portugal***. Lisboa: Edições Colibri, 2012.

Sobre o autor

Rui Candeias

Mestre em Ciências da Educação pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, exerce funções como professor do 1.º ciclo do ensino básico. Está a atualmente a frequentar o curso de doutoramento na Faculdade de Ciências e Tecnologia, na Universidade Nova de Lisboa. Agrupamento de Escolas Terras de Larus – UIED-FCT-UNL. Orcid: https://orcid.org/0000-0002-4670-7090. Email: rp.candeias@campus.fct.unl.pt

Notas

[i] Relativamente a este autor, não foi possível até ao momento identificar o período de vida.
[ii] No texto optou-se pela atualização da grafia das palavras de acordo com o acordo ortográfico de 1990. Em itálico surgem as expressões utilizados pelos autores.
[iii] Esta opção segue o que estava definido no programa em vigor na época, publicado no Decreto n.º 16:730, Diário do Governo número 83, I série, de 13 de abril de 1929.
[iv] No seu trabalho Pimentel Filho refere sempre as frações, embora se esteja aos números racionais representados na forma de fração. Seguindo a linguagem do autor, neste artigo utilizar-se a palavra fração também nesse sentido.
[v] A este respeito, Gonçalves (1974) cita Heloísa Barreto, da sua obra Iniciação à Matemática, onde esta afirma que muitos conceitos e ideias abstratas da matemática podem ser ensinadas na escola primária
[vi] Tratando-se aqui de uma transcrição textual foi utilizada a linguagem que o autor usa na sua obra. No entanto, a questão que o autor coloca é se a abordagem aos fracionários decimais deverá ser feita a partir da representação decimal ou através da fração.
[vii] Relativamente a esta questão, Gonçalves (1974) cita o nome dos metodólogos, mas não identifica as obras de referência destes autores.
[viii] Relativamente a esta questão, Gonçalves (1974) cita o nome dos metodólogos, mas não identifica as obras de referência destes autores.
[ix] Na época estavam em vigor os programas aprovados na Portaria n.º 23.485, Diário do Governo, 167, 16/7/1968, 1.019-36.

Recebido em: 05/01/2019
Aceito para publicação em: 26/01/2019