



AUGUSTUS DE MORGAN E LIVROS ARITMÉTICOS *AUGUSTUS DE MORGAN AND ARITHMETIC BOOKS*

John A. Fossa
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

Resumo

O catálogo de livros aritméticos (tanto introduções à Teoria dos Números no estilo grego, quanto aritméticas práticas), publicado por Augustus De Morgan em 1847, é analisado levando-se em conta o lugar de publicação, a língua de publicação e como esses dados variaram no período contemplado (1500-1850). Os dados revelam o nível baixo de cultura da Inglaterra em relação a outras partes da Europa no referido período. Destaque é também dado às opiniões de De Morgan sobre a necessidade de fazer uma história holística e à importância da História da Matemática para a Educação Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; História da Matemática; Aritméticas; Augustus De Morgan.

Abstract

The catalogue of arithmetical books (both introductions to Number Theory in the Greek style and practical arithmetic), published by Augustus De Morgan in 1847, is analyzed with regard to place of publication, language of publication and how these items varied over time in the given period (1500-1850). The results reveal the low level of culture in England in relation to that of other parts of Europe in the period analyzed. Emphasis is also given to De Morgan's opinions on the necessity for doing history in a holistic fashion and on the importance of the History of Mathematics for Mathematics Education.

Key words: Mathematics Education; History of Mathematics; Arithmetical Books; Augustus De Morgan.



Introdução

Embora haja livros sobre a aritmética desde, pelo menos, a antiguidade grega, a primeira aritmética impressa, segundo John Denniss (2006), é a chamada *Aritmética de Treviso* (uma pequena cidade perto de Veneza), publicada em 1478. O livro, de fato, não porta título, nem o nome do seu autor, e trata, basicamente, da apresentação dos algarismos hindu-arábicos e operações com os mesmos dentro de contextos da aritmética comercial, tendo como fonte o *Liber abaci* (1202) de Leonardo Pisano (1170-1250). Curiosamente, foi publicado uns quatro anos antes da primeira versão impressa de *Os Elementos*, de Euclides.

Outras aritméticas foram publicadas logo em seguida, não somente na Itália, mas também, entre outros lugares, na Alemanha, na França e na Holanda. Ainda segundo Denniss (2006), a primeira aritmética impressa a ser publicada na Inglaterra, a *De arte supputandi* de Cuthbert Tunstall, só sairia em 1522. A primeira aritmética impressa em inglês demoraria mais alguns anos. Trata-se de *An introduction for to lerne to rekyn with the pen and with counters*, de 1536, cujo autor é desconhecido. O livro contém um problema interessante sobre um gato que sobe numa árvore enorme de 300 pés; no entanto, não somente ascende com a vagarosa velocidade de 17 pés por dia, mas ainda perde 12 pés cada noite. Para determinar o tempo que leva o gato a subir ao topo da árvore, subtrai-se 12 de 17, obtendo 5, e divide 300 por 5, obtendo a resposta (errada¹) de 60 dias.

Em 1847, Augustus De Morgan (1806-1871) publicou *Arithmetical Books*², um catálogo comentado de 362 itens, vistos pelo próprio autor. A *Aritmética* de Treviso não é incluída, mas De Morgan lista o livro *Algorithmus integrorum cun probis annexis* como

¹ Para ver isso, determina onde o gato estaria no início do quinquagésimo oitavo dia.

² O título completo é *Arithmetical Books from the Invention of Printing to the Present Time, Being Brief Notices of a Large Number of Works Drawn up from Actual Inspection*.



o livro mais antigo do catálogo, conjecturando, pois esse não porta data, que fosse publicado antes de 1475, provavelmente em 1465. O livro também não porta o nome do seu autor, mas a Biblioteca da Universidade de Columbia³ o atribui ao matemático alemão Johannes Widmann. O'Connor e Robertson (2007) dão 1462 como o ano de nascimento de Widmann, o que não é inteiramente consoante com as estimativas de De Morgan.⁴

O livro de Tunstall (ou Tonstall, bispo de Londres) consta no catálogo de De Morgan, embora esse sustente que o primeiro escrito impresso em inglês sobre aritmética tenha sido Capítulo X de *The Mirrour of the World or Thymage of the Same* (1480), uma espécie de enciclopédia, traduzida por William Caxton (1422-1491), do original francês *L'image du monde*.

Esses poucos esclarecimentos preliminares nos levam a propor uma investigação mais sistemática do catálogo de De Morgan. Embora isso não seja inteiramente correto, podemos, de fato, considerar o referido catálogo como uma lista aleatória de aritméticas impressas entre, aproximadamente, 1500 e 1850. Nesta investigação, seguiremos, de forma geral, o seguinte procedimento de June Barrow-Green (2006, p. 2) no seu estudo de traduções de *Os Elementos* para o inglês:

Rather than debate the finer points of the mathematics contained in them [edições inglesas de *Os Elementos*], I want to concentrate on some of their other features, such as printing, layout, authors' notes, frontispieces, dedications, etc. ... indicating how they [os outros aspectos] may be used to enrich our understanding of the milieu in which the texts were produced and used.

Isso é, tentaremos esclarecer aspectos do contexto cultural que são refletidos nos dados relatados no catálogo. Mesmo assim, abordaremos um assunto matemático

³ Ver Columbia University (s/d).

⁴ De Morgan menciona Widman como autor do livro [*Behende und hupsche*] *Rechnung auf allen kauffmanschafft* (1489). Era o primeiro livro – ou um dos primeiros – a usar os símbolos + e – para adição e subtração. Ver Cajori (1993).



importante, a saber, o método de divisão usado nos textos (nos casos em que essa informação é dada), pois, segundo o próprio De Morgan, isso indica se o texto usa algoritmos mais modernos ou mais antigos para efetuar as operações aritméticas.

Descrição Geral dos *Arithmetical Books*

Os *Arithmetical Books* se iniciam com uma carta aberta para George Peacock⁵ (1791-1858), seguida por uma introdução substancial em que De Morgan descreve seus propósitos e metodologia. Em relação ao catálogo, esse consiste em, como já vimos, 362 itens descrevendo livros (impressos) sobre a aritmética que ele viu com os próprios olhos. A lista principal contém 333 itens, começando com um livro da autoria de Philip Calandri, publicado em 1491 em Florença, e terminando com a sua própria aritmética, publicada em Londres em 1846. Mais 29 itens são acrescentados numa seção à parte. Entre as duas seções, há uma tabela de duas páginas que lista mais 55 itens de forma extremamente abreviada. O livro termina com uma lista de 1580 nomes de pessoas que são relacionadas com a publicação de aritméticas, sendo, em geral, autores ou editores. Para os nomes mencionados no texto, há indicação da página em que o nome aparece e, assim, a lista serve como um índice, embora não se limite a isso.

Cada item é composto de até seis elementos:

1. lugar de publicação
2. data de publicação
3. nome do autor
4. título (ou parte do mesmo)
5. forma
6. observações.

⁵ Matemático inglês e amigo de De Morgan.



Eventualmente, o lugar e/ou data não são dados no texto original e, nesses casos, De Morgan, geralmente, faz estimativas. As datas são escritas em extenso, em vez de em algarismos, para reduzir a possibilidade de erros na composição gráfica do catálogo. Quando o nome do autor não é dado, De Morgan escreve “anônimo” para o terceiro elemento. Visso que os títulos de livros antigos são, às vezes, extraordinariamente compridos, vários títulos são dados apenas parcialmente. O quinto elemento se refere a aspectos físicos dos livros, como tamanho (fólio, quarto etc.) e a maneira em que o papel foi dobrado e encadernado. As observações consistem em quaisquer comentários que De Morgan queira fazer, por exemplo, sobre algum aspecto do conteúdo do livro em apreço, um julgamento sobre sua qualidade, alguma comparação com outro texto, ou alguma informação sobre o autor. Assim, nas observações há, às vezes, referências sucintas a outras aritméticas. Visso, no entanto, que não é claro se essas referências foram realmente vistas por De Morgan, elas não serão computadas entre os itens analisados aqui.

As justificativas

De Morgan apresenta dois tipos de justificativa para a elaboração do seu catálogo. O primeiro tipo supõe que há interesse no empreendimento e argumenta que os poucos catálogos existentes na época não satisfazem esse interesse, pois são imprecisos e incompletos.

Para combater possíveis imprecisões no seu próprio catálogo, De Morgan, como já mencionamos, só incluiu na sua lista obras que ele próprio inspecionou. Para tanto, se serviu da sua própria biblioteca⁶, a da Sociedade Real, o acervo de uma livraria e as bibliotecas particulares de alguns amigos. Ao fazer isso, porém, teve de pecar contra a completude, pois era impossível inspecionar todos os livros impressos (mesmo em se

⁶ De Morgan era um bibliófilo e, assim, teve uma grande biblioteca particular.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



limitando à Europa) de 1500 a 1850. De fato, sua busca ativa se limitava ao período de 1500 a 1750, mas incluía livros publicados fora desse período eventualmente encontrados na sua pesquisa. O próprio De Morgan estima em mais do que três mil o número de aritméticas publicadas no referido período menor, em latim, francês, alemão, holandês, italiano, espanhol e inglês. No entanto, seu texto deixa bastante claro que De Morgan estimava a precisão acima da completude.

O segundo tipo de justificativa procura explicar por que devemos ter interesse no referido empreendimento. De Morgan admite, na carta aberta para George Peacock, que a maioria dos livros listados no seu catálogo é sem valor algum do ponto de vista da ciência moderna da matemática. Argumenta, no entanto, que a preservação desses livros é importante porque nos ajuda a avaliar melhor, por via de contraste, os avanços contidos no contexto histórico pelas poucas obras que são de fato valiosas. O argumento é retomado e reforçado na sua Introdução, onde De Morgan afirma que uma descrição histórica verdadeira precisa mostrar não somente os avanços importantes no desenvolvimento da ciência, mas também a marcha lenta da aceitação desses avanços nos acontecimentos históricos. Ademais, uma descrição histórica verdadeira precisa fazer um relato mais completo dos acontecimentos e, portanto, não pode se limitar, no contexto, a textos considerados importantes pelos padrões modernos, mas tem de mostrar o que realmente ocorreu no decorrer da história. Finalmente, segundo De Morgan, o público já estava exigindo que a história fosse além de narrativas sobre as realizações de reis e generais, porque queria saber, não somente as causas de acontecimentos históricas, mas também seus efeitos na sociedade.

A atitude de De Morgan nessas justificativas é um pouco surpreendente, pois, embora Voltaire (François-Marie Arouet, 1694-1778) e David Hume (1711-1776), por exemplo, já houvessem defendido a história cultural e Jules Michelet (1798-1874)



houvesse proposto que a ênfase da história fosse colocada no povo comum, em vez de nos reis e generais, essa vertente da hissoiografia só ficaria mais aceita no século XX. Mas De Morgan ainda nos mostra outra atitude moderna na sua proposta de que a História da Matemática poderia ser de grande importância para o professor de matemática. O estudo de textos históricos, pelo professor de matemática, poderia mostrar a esse os pontos em que os matemáticos do passado tiveram dificuldades e como estas dificuldades foram superadas. Os mesmos pontos, segundo De Morgan, causam dificuldades para o aluno contemporâneo e, assim, o professor poderia usar as estratégias contidas nos textos históricos para ajudar o aluno a superar suas dificuldades com esses pontos.

Descrição Estatística dos Itens do Catálogo

Faremos agora uma rápida descrição, em termos de frequências numéricas, dos 362 itens do catálogo de De Morgan. Em primeiro lugar, classificamos os referidos itens pela data de publicação, fazendo agrupamentos por períodos de 50 anos, da seguinte maneira:

1500	500-1549	550-1599	600-1649	650-1699	700-1749	750-1799	800-1850
	6	3	8	1	6	2	9
%	0%	2%	3%	7%	3%	4%	9%

Poderíamos esperar que houvesse um aumento progressivo no número de aritméticas publicadas em cada período sucessivo, pois faz sentido presumirmos que houve um maior número de livros publicados em cada período e que os de períodos mais antigos teriam mais chances de serem perdidos. No entanto, isso é perceptível apenas para o período anterior a 1550. Nos outros períodos, o número de publicações parece ser mais



ou menos constante, com ligeiros aumentos nos períodos 1650-1699 e 1800-1850. Isso pode refletir a metodologia que De Morgan usou para elaborar seu catálogo. No entanto, também pode refletir uma certa constância no mercado para aritméticas devido ao nível baixo de educação na Europa nos séculos XVI-XVIII. Com o acesso à educação básica a segmentos sempre maiores da população e o aumento na qualidade da Educação Matemática a partir da segunda metade do século XVIII, o número de publicações teria uma tendência de crescer. Nesse sentido, o aumento mais significativo de publicações no período 1800-1850 se torna mais notável quando lembramos que De Morgan não procurou ativamente aritméticas publicadas nesse período.

Como vimos, há sete itens publicados antes de 1500. Desses, dois não contêm indicação do lugar de publicação, quatro foram publicados na Itália (três em Veneza e um em Florença) e um na França (Paris). Dois dos publicados em Veneza são escritos em italiano. Todas as outras cinco obras são escritas em latim. Para cada período, computamos as frequências por lugar⁷ de publicação e língua de publicação (como atestada pelo título). Para o período 1500-1549, temos os seguintes dados:

		1500-1549								
		NG	LE	RA	TAL	OL	WI	US	L	Total
Latim				0						6
Vernácula										
Outra										

⁷ ING = Inglaterra, ALE = Alemanha, FRA = França, ITAL = Itália, HOL = Holanda, SWI = Suíça, AUS = Áustria, SL = sem indicação de lugar de publicação.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Total			3						6
--------------	--	--	---	--	--	--	--	--	---

Referente à língua de publicação, “Vernácula” indica que a língua de publicação é a do lugar de publicação; “Outra” indica que a língua de publicação nem é o latim, nem a língua do lugar de publicação. Assim, das 13 aritméticas publicadas na França nesse período, 10 delas são em latim, duas em francês e uma em grego (uma edição da *Introdução à Aritmética* de Nicômaco de Gerasa, século I ou II AD). Quando o texto não porta lugar de publicação (SL) e não é escrito em latim, computamos a língua de publicação como sendo “Outra”. O único texto desse período nessas condições é escrito em espanhol, o que poderia indicar, embora não conclusivamente, que o lugar de publicação fosse a Espanha.

Observamos que 72% das aritméticas desse período foram publicadas na França, Itália e Alemanha, o que deveria refletir o fato de que os três referidos países foram os mais adiantados comercialmente e tiveram maiores necessidades para aritméticas que abordassem assuntos relacionados ao comércio. É especialmente notável que há apenas três itens publicados na Inglaterra no período, o que certamente reflete o baixo nível cultural da Inglaterra comparado com o dos outros três países mencionados.

Observamos ainda que, dos 36 itens listados para esse período, 26 deles são escritos em latim, o que representa 72% do total. Por enquanto, só registraremos esse dado, mas voltaremos, mais adiante, a analisar o desenvolvimento dessa porcentagem através dos períodos em consideração.

Para o período 1550-1599, temos os seguintes dados⁸:

⁸ BEL = Bélgica.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



	1550-1599									
	NG	LE	RA	TAL	OL	WI	US	EL	L	Total
Latim										7
Vernácula	6									3
Outra										
Total	6									3

O dado mais notável entre os desse período é a emergência de aritméticos ingleses, todos dos quais são escritos em inglês. De certa forma, isso é esperado, pois os textos que seriam mais provavelmente preservados em bibliotecas e livrarias seriam os que foram produzidos no próprio país. Mesmo assim, o total de itens publicados nos três países de destaque do período anterior – Itália, França e Alemanha – se iguala ao número publicado na Inglaterra, o que reflete a conclusão de que a cultura da própria Inglaterra ainda estava em desvantagem frente à desses países.

Dos 43 itens relacionados para o período, 17 itens são escritos em latim, o que representa 40% do total. Visto que é algo anômalo o fato de todos os textos publicados na Inglaterra serem escritos em inglês, observamos que o número de aritméticas publicadas fora da Inglaterra e escritas em latim (17 de 27) representa 63% desse total.



As línguas de publicação na linha “Outra” são italiano (França), francês (Holanda) e espanhol (Bélgica⁹), sendo o último um livro da autoria de Pedro Nunes.

Ao nos voltarmos para o período 1600-1649, temos os seguintes dados¹⁰:

	1600-1649							Total
	NG	LE	RA	TAL	OL	SC	IN	
Latim		0						1
Vernácula	1							4
Outra								
Total	2	0						8

Mais uma vez, vemos uma preponderância de livros publicados na Inglaterra, quase todos escritos em inglês. Há também um aumento no número de textos alemães e uma diminuição no de italianos. Escócia aparece pela primeira vez, o que é significativo, pois esse país viria a ser importante no cenário da matemática das ilhas britânicas, embora mais ligada à geometria.

Entre os 48 itens listados para esse período, 21, ou seja, 44% deles são escritos em latim. Quando desconsideramos os livros ingleses, observamos que 20 dos 26 itens

⁹ Observamos que as línguas oficiais da Bélgica são francês, flamengo e, de forma menor, alemão. No entanto, sempre que um item é registrado como “BEL, Vernácula” no presente trabalho, a língua de publicação é a francesa.

¹⁰ ESC = Escócia, DIN = Dinamarca.



publicados fora da Inglaterra são escritos em latim, o que significa uma frequência de 77%. As línguas de publicação para a categoria “Outra” são grego (França), francês (Holanda), sendo a primeira uma edição do livro *Sobre a Matemática Útil para a Compreensão de Platão*, da autoria de Teon de Smirna (século I AD).

O próximo período é o de 1650 a 1699, para o qual temos os seguintes dados:

	1650-1699						
	NG	LE	RA	TAL	OL	EL	Total
Latim							6
Vernácula	9						4
Outra							
Total	6						1

As tendências que vimos nos períodos anteriores continuam a aumentar no presente período. De fato, o número de textos no catálogo publicados na Inglaterra ultrapassa pela primeira vez metade dos listados para o período, alcançando 75%. Também pela primeira vez, há um número significativo de aritméticas inglesas publicadas em latim, embora elas sejam apenas 15% das obras inglesas listadas. Nesse sentido, 16 dos 61 livros listados, isso é 26%, são escritos em latim. Desconsiderando as obras inglesas, no entanto, a frequência aumenta para 9 de 15, ou 60%. O livro publicado na Holanda, classificado como “Outra”, é escrito em francês.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Para o período 1700-1749, temos os seguintes dados:

	1700-1749					
	NG	LE	OL	WI	SC	total
Latim						
Vernácula	6					8
Outra						
Total	9					6

No período em destaque, a grande preponderância (85%) de textos listados é inglesa, sendo apenas 3 (8%) deles escritos em latim. Em relação ao total, 8 dos 46 itens listados (17%) são escritos em latim; no entanto, quando desconsideramos os textos ingleses, achamos que esta frequência aumenta para 5 de 7 (71%). Se desconsiderarmos também os da Escócia, pois ela faz parte das ilhas britânicas, veremos que todos os textos restantes são escritos em latim.

Os dados para o período 1750-1799 são os seguintes¹¹:

	1750-1799						
	NG	LE	RA	OL	RE	UTRO	Total
Latim							

¹¹ IRE – Irlanda.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Vernácula	0							7
Outra								
Total	0							2

Mais uma vez, a grande maioria (80%) dos textos listados é inglesa, sendo todos eles escritos em inglês. Há apenas dois textos escritos em latim, o que representa 4%. Há 12 textos publicados fora da Inglaterra, o que implica que a frequência dos que são escritos em latim é 17%.

As línguas de publicação na classificação “Outra” são francês (Alemanha e Holanda) e inglês (Índia)

Os lugares de publicação da coluna “OUTRO” são Escócia, Índia e os Estados Unidos, sendo que há um só item para cada país. Todos os três são em inglês.

Para o último período contemplado pelo catálogo de De Morgan, temos os seguintes dados¹²:

	1800-1850							
	NG	LE	RA	SC	RE	ND	UTRO	Total
Latim								
Vernácula	2		0					6

¹² IND = Índia.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Outra								
Total	2		0					9

Em primeiro lugar, observamos que, de fato, o presente período é um pouco menor do que 50 anos devido à data de publicação dos *Arithmetical Books*, sendo que o último item do catálogo, conforme já mencionamos, foi publicado em 1846.

Ainda há, no período, uma grande preponderância (61%) de livros ingleses, o que aumentaria ainda mais (78%) se levássemos em conta o fato de que Escócia, Irlanda e Índia foram colônias inglesas na época. Em especial, todos esses itens, tanto os desse período, quanto os do período anterior, foram escritos por autores ingleses, embora na Índia houvesse uma história rica na matemática, especialmente nas áreas de aritmética e álgebra. É também notável que há um aumento substancial no número de aritméticas francesas listadas no catálogo. Isso poderá refletir o crescimento do prestígio da matemática francesa no cenário internacional da época.

Outra novidade é o desaparecimento, quase por completo, de textos escritos em latim. Há apenas um item num total de 69 para o período, o que representa apenas um pouco mais que 1%. Desconsiderando os itens ingleses, temos 1 de um total de 27, ou seja 4%.

Os lugares de publicação (com suas respectivas línguas de publicação) referentes aos itens da coluna “OUTRO” são: Estados Unidos (inglês), Bélgica (francês), Áustria (alemão) e Espanha (espanhol). Há um único item para cada um desses quatro lugares.

O Papel do Latim

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Na nossa análise, destacamos o papel do latim como língua de publicação das aritméticas por duas razões. A primeira é que a referida língua era, por grande parte do período englobado pelo catálogo de De Morgan, a língua franca da comunidade mais científica da época. Assim, esperaríamos que houvesse um gradual declínio no uso de latim na medida em que essa língua deixava de desempenhar a mencionada função. Para validar a expectativa, reunimos os dados já calculados da seguinte forma¹³:

1500	500-1549	550-1599	600-1649	650-1699	700-1749	750-1799	800-1850
/7	6/36	7/43	1/48	6/61	/46	/52	/69
1%	2%	0%	4%	6%	7%	%	%%

Os dados parecem comprovar a expectativa, especialmente se fizermos o agrupamento por períodos de 100 anos, em vez de 50, ou seja, há certa constância nas colunas quando tomadas de dois em dois, sequencialmente. Para sermos mais explícitos, elaboramos os dados na maneira sugerida, obtendo os seguintes resultados:

< 1500-1549	1550- 1649	1650- 1749	1750- 1850
31/43	38/91	24/107	3/121
72%	42%	22%	2%

¹³ Na segunda coluna, por exemplo, temos, referente ao período 1500-1549, de um total de 36 itens, 26 que são escritos em latim, correspondendo a uma frequência de 72%.



Os dados, como indicamos, parecem mostrar um claro declínio no uso de latim através dos séculos. Quando lembramos, contudo, que, das aritméticas publicadas na Inglaterra, poucas são escritas em latim, outro cenário emerge. Dessa forma, reunimos a seguir os dados referentes apenas às aritméticas publicadas fora da Inglaterra:

1500	500-1549	550-1599	600-1649	650-1699	700-1749	750-1799	800-1850
/7	5/33	7/27	0/26	/15	/7	/12	/27
1%	6%	3%	7%	0%	1%	7%	%%

Dessa ótica, parece-nos que os níveis do uso de latim ficaram mais ou menos constantes até meados do século XVIII, quando despencaram abruptamente. Em contraste, há 208 itens (57%) do catálogo publicados na Inglaterra, dos quais apenas 12, ou 6%, são escritos em latim. Assim, na medida em que a proporção de aritméticas inglesas fica sempre maior, o percentual de textos escritos em latim declina, dando a impressão falsa de um declínio gradual no uso desta língua.

Os dados são consistentes com a seguinte hipótese. O nível de cultura inglesa, sendo de forma geral muito baixo, implicaria que o público (consumidores das aritméticas) não conseguiria manejar textos escritos em latim, embora os eruditos, sempre em número reduzido, pudessem. Mesmo os eruditos, no entanto, tiveram pouco conhecimento de outras línguas modernas europeias e, assim, dariam preferência a textos escritos em latim, em vez dessas outras línguas, quando escolhessem – e, claramente, seriam os eruditos que fariam a escolha – quais livros seriam colocados nas bibliotecas e livrarias. Nos países e nos tempos mais cultos, a hipótese do desuso relativamente abrupto



do latim parece a mais provável, mas os números pequenos, bem como o relatado princípio de escolha (o que implica que, para os textos não ingleses, o catálogo de De Morgan não seja uma amostra aleatória), impedem que o referido catálogo seja usado como evidência para esta hipótese.

A segunda razão para destacarmos o papel de latim como língua de publicação das aritméticas tem a ver com a natureza das aritméticas. Como o próprio De Morgan relata, há dois tipos de aritméticas. O primeiro tipo, chamado “algorítmico” (*algoristic*) por De Morgan, é uma explicação de como fazer as operações aritméticas, geralmente com o propósito de aplicá-las ao comércio. O segundo tipo não se importa com instrução sobre como efetuar as operações aritméticas, mas com as propriedades de números (inteiros), ou seja, se assemelha à moderna Teoria Elementar dos Números. De Morgan chama o segundo tipo de “boeciano” (*Boethian*) porque os textos desse tipo seguem, mais ou menos, a *Aritmética*¹⁴ de Boécio (480-524). Dessa forma, os livros do primeiro tipo seriam escritos para uma clientela mais popular e, portanto, seriam escritos no vernáculo. Os do segundo tipo seriam destinados aos eruditos e seriam escritos em latim enquanto essa língua permanecesse a da ciência. Nesse sentido, vemos a grande preponderância de interesse, da parte dos ingleses, para a matemática comercial prática e o pouco interesse dos mesmos para a matemática mais teórica.

A conclusão proposta no parágrafo anterior parece correta e está consoante com as considerações tecidas em relação à segunda razão para que destacamos o papel de latim como língua de publicação das aritméticas. Há, no entanto, certas atenuantes. Em primeiro lugar, devemos observar que nem todos os livros relacionados no catálogo de De Morgan se enquadram nitidamente na divisão proposta; alguns, de fato, parecem ser

¹⁴ A referida obra de Boécio, por sua vez, segue a já mencionada *Introdução à Aritmética* de Nicômaco de Gerasa.



misturas dos dois tipos e outros não parecem se enquadrar em qualquer uma das duas categorias. Mais ainda, há livros que foram originalmente escritos em latim e foram posteriormente traduzidos para algum vernáculo e há, inversamente, uns que foram escritos originalmente num vernáculo e depois traduzidos para o latim. Do que pode ser inferido dos títulos e os comentários de De Morgan, porém, a quantidade de livros afetada pelos dois atenuantes seria suficientemente pequena para não invalidar a conclusão geral.

A Divisão

Como já mencionamos, De Morgan ainda faz uma distinção entre duas maneiras de efetuar a operação de divisão, o método “velho” (*old*) e o método “novo” (*new*), pois considera que isso é a melhor maneira de caracterizar a abordagem dos textos. O método novo é simplesmente o método padrão usado hoje em dia e, portanto, dispensa maiores comentários. O método velho é conhecido como o “método de riscar” (*scratch*)¹⁵, porque os resultados parciais são riscados durante o desenvolvimento da operação, ou o “método de *gálea*” ou “de *batelo*”, porque o resultado final supostamente parece com uma caravela (embora isso seja mais ou menos verdadeiro, dependendo da conta particular efetuada).

O método de riscar foi bastante usado por muito tempo e, portanto, há muitas variações. Cada indivíduo também poderia encurtar o processo a gosto por lançar mão a cálculos (intermediários) mentais. A seguir, exibimos um exemplo simples, $7777 \div 23$.

No passo (a) da ilustração, escreve-se o primeiro elemento do quociente (3) a esquerda do dividendo e então registra-se 3×23 , ou seja 69, abaixo do dividendo, alinhado com os primeiros dois 7, de esquerda para direita. Observamos que isso já envolve uma parcela considerável de cálculos mentais que poderiam ser explicitados de várias formas.

¹⁵ Fossa (2010) mostra como o método se desenvolveu de métodos mais antigos em que os passos intermediários foram apagados. Pode-se consultar essa obra para mais detalhes sobre a história das operações aritméticas.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



No passo (b), efetua-se a subtração $77-69$ em dois sub passos: $7-6 = 1$, assim, o 7 e o 6 são riscados e 1 é colocado acima do primeiro 7; isso nos dá $17-9 = 8$, assim o 17 (que é escrito num diagonal) e o 9 são riscados, deixando o novo dividendo 877. No passo (c), repete-se o procedimento como o novo dividendo. Assim, coloca-se o próximo elemento do quociente (3) à direita da linha original, escreve-se $3 \times 23 = 69$ abaixo de tudo, alinhado com o 87, e faz-se¹⁶ $87-69 = 18$, riscando o 87 e o 69. Isso resulta no novo dividendo 187. Assim, no passo (d), coloca-se o último elemento do quociente (8) à direita da linha original e escreve-se $8 \times 23 = 184$ abaixo de tudo, alinhado como o 187. Finalmente, faz-se $187-184 = 3$, riscando 187 e 184 na maneira já explicada. Desta forma, $7777 \div 23 = 338$ com um resto de 3.

		1	1
	18	188	1883
7777(3	7777(3	7777(33	7777(338
69	69	69	69
		69	69
			184
(a)	(b)	(c)	(d)

De Morgan identifica os livros do catálogo segundo o referido critério por colocar O (para o método velho), N (para o método novo) ou ON (se o texto usa ambos os métodos) ao fim dos seus comentários. Dos 362 itens do catálogo, no entanto, somente 88 itens são assinalados dessa forma e, de fato, alguns poucos dentre desses 88 itens não são assinalados pelas respectivas letras, mas identificados pelos próprios comentários de

¹⁶ Aqui usamos cálculos mentais, em vez dos sub passos ilustrados na parte anterior, para encurtar o processo.



De Morgan. Presumivelmente, os outros textos não utilizam qualquer um desses métodos e/ou não explicam qualquer método para efetuar a divisão, embora todos esses outros claramente não sejam textos boecianos. Seja isso como for, podemos visualizar a distribuição desses 88 textos com referência ao desenvolvimento temporal da seguinte forma:

	1500 1549	500 - 1599	550 - 1649	600 - 1699	650 - 1749	700 - 1799	750 - 1850	800 - 1850	total
		1	5	2	1				1
									2
N									5

Os dados mostram que, pelo menos no contexto de livros impressos, os termos “velho” e “novo” não são muito adequados, pois, como o próprio De Morgan assinala, os dois métodos correm em paralelo. O primeiro texto do catálogo que usa exclusivamente o método velho data de 1488, enquanto o primeiro a usar exclusivamente o método novo data de 1581, quase cem anos após. Já em 1523, contudo, os dois métodos são expostos no *Summa* de Luca Pacioli, o que implica fortemente que todos os dois métodos eram bem conhecidos no início do século XVI.

Os dados também indicam que o método velho é, por assim dizer, aproximadamente duas vezes mais popular do que o método novo, apesar do fato de que esse seja mais eficiente. Para o aprendiz, no entanto, a eficiência científica poderá ser



menos apropriada que a facilidade de aplicação e, nesse respeito, o método velho é o mais adequado entre os dois.

A Aritmética de De Morgan

Para finalizarmos o presente trabalho será interessante descrevermos a aritmética do próprio De Morgan, que é, como já mencionamos, o último, cronologicamente, do catálogo.¹⁷

A referida aritmética é do tipo “algorítmico” e é dividido em duas partes, sendo a primeira uma explicação do sistema numérico e as operações aritméticas. A segunda parte trata da aplicação da aritmética a conceitos comerciais.

Na primeira parte, o sistema numérico é apresentado em termos de correspondências biunívocas e o princípio de notação posicional. Há uma tabela de somas para 1 até 9 com 1 até 9 e uma de produtos para 1 até 12 por 1 até 12, embora De Morgan indicasse que, no caso de multiplicação, o aluno deveria memorizar a tabela de até 20 por 20. Em ambos os casos, operar com zero é considerado à parte. O procedimento para efetuar a divisão é segundo o método novo – o método velho não é mencionado. Ainda aborda o mdc e o mmc. Frações comuns e decimais são explicadas, bem como as quatro operações aritméticas que as envolvem. Potenciação é tratada retoricamente, pois em vez de escrever, por exemplo, 65^4 , sempre escreve “65 à quarta potência”, exceto para n^2 , que é dado como nn . Em seguida, aborda a raiz quadrada, proporção, PA e PG. Finaliza a primeira parte com uma discussão de permutações e combinações.

De Morgan quer apresentar a aritmética em termos de princípios a serem compreendidos, em vez de regras a serem memorizadas. Para tanto, usa, em todo lugar, uma notação algébrica simples para explicar os princípios mais gerais e deduzir deles as

¹⁷ A edição do catálogo é a quinta, de 1846. A edição à qual tive acesso é a quarta, de 1840.



regras e procedimentos mais particulares. Isso funciona muito bem para quem já tem certa sofisticação matemática, mas nem tanto para os outros, conforme evidências anedóticas observadas pelo presente autor.

Na segunda parte do livro, a da aritmética comercial, De Morgan começa com uma discussão sobre pesos e medidas, dando muita ênfase ao sistema monetário inglês. Depois aborda a regra de três e finaliza com uma explicação de juros simples e compostos. Num apêndice, aborda as regras para achar áreas e volumes de algumas figuras geométricas.

Conclusão

É bastante interessante – poderíamos até dizer fascinante – como o que é aparentemente uma simples lista de aritméticas revela tanta informação sobre o papel da matemática em várias sociedades, as inter-relações sobre as culturas presentes nessas sociedades e o desenvolvimento histórico dos próprios textos em relação a vários elementos culturais. Tudo isso é ainda mais notável quando lembramos que a imensa maioria dos textos relacionados no catálogo não contém avanço algum sobre a matemática vista como uma ciência.

Nesse sentido, destacamos também os argumentos de De Morgan sobre o que não deixa de ser uma história mais holística da aritmética e, por extensão, da matemática toda. Tais argumentos, é claro, necessitam ser ampliados e complementados de um ponto de vista mais moderno e mais crítico, mas permanecem como um desafio ao pesquisador na História da Matemática, pois não são somente os avanços importantes na teoria matemática que têm interesse histórico; assim, a incorporação desses outros aspectos no relato histórico sobre a matemática é imprescindível para termos uma apreciação da matemática como uma expressão cultural do homem, bem como suas inter-relações com os outros aspectos dessa cultura.



Mais ainda, é notável observarmos os argumentos de De Morgan sobre o papel da História da Matemática como um instrumento pedagógico. De novo, são argumentos incipientes que precisam ser elaborados mais criticamente do ponto de vista dos avanços da pedagogia moderna. Não obstante, é salutar apreciarmos as opiniões desse precursor, dos meados do século XIX, do que está atualmente tornando-se uma das tendências mais importantes da Educação Matemática.

Finalmente, observamos que as possibilidades do catálogo de De Morgan para investigação histórica ainda não se esgotaram. Um próximo passo poderia ser a investigação e comparação, talvez com a ajuda de textos arquivados na *internet*, dos próprios textos do catálogo, bem como, é claro, textos semelhantes que não constam no referido catálogo.

Referências

BARROW-GREEN, June. 'Much necessary for all sortes of men': 450 years of Euclid's *Elements* in English. *BSHM Bulletin*. V. 21, n. 1, p. 2-25. 2006.

CAJORI, Florian. *A History of Mathematical Notations*. N.Y.: Dover, 1993.

COLUMBIA UNIVERSITY. Widmann, Johannes. Sem data. Disponível em <<https://exhibitions.cul.columbia.edu/items/show/24>>. Acesso em 05/06/2015.

DENNISS, John. Arithmetical textbooks 1478 to 1886: a progression? *BSHM Bulletin*. V. 21, n. 1, p. 26-33.

FOSSA, John A. *Os Primórdios da Teoria dos Números*. Parte A. Natal: Editora da UFRN, 2010.

O'CONNOR, J. J., e ROBERTSON, E. F. Johannes Widman. 2007. Disponível em <www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Widman>. Acesso em 05/06/2015.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Sobre o autor:

John Andrew Fossa

Professor Adjunto da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Graduado em Filosofia pelo College of the Holy Cross (1972). Mestre em Filosofia pela Fordham University (1974). Doutor em Educação Matemática pela Texas A&M University System (1994). E-mail: Jfossa@oi.com.br

Recebido em: 05/03/2017

Aceito para publicação em: 07/04/2017